小学数学 计算

秘籍

三年级

学而思研发中心 编著

電子工業出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京 · BEIJING

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。
版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

小学数学计算秘籍. 三年级/学而思研发中心编著. —北京:电子工业出版社,2015.1
ISBN 978-7-121-20363-3

Ⅰ.①小… Ⅱ.①学… Ⅲ.①算术课—小学—教学参考资料 Ⅳ.①G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 251566 号

策划编辑:蔡 葵
责任编辑:毕军志 文字编辑:韩玉宏
印 刷:
装 订:
出版发行:电子工业出版社
北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编:100036
开 本:787×1 092 1/16 印张:4.75 字数:118.6 千字
版 次:2015 年 1 月第 1 版
印 次:2016 年 1 月第 5 次印刷
定 价:24.80 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题,请向购买书店调换。若书店售缺,请与本社发行部联系,联系及邮购电话:(010)88254888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn,盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn.

服务热线:(010)88258888。

学而思图书策划委员会

主　　编　张邦新

执行主编　王朝立　韩春成

编　　著　学而思研发中心

韩春成　马　宁　赵永明　李　杰　张　慧

郭忠秀　时俊明　崔桂红　高新杰　孙凤玉

魏　琦　张　桓　胡　浩　孙佳俊　赵　然

李　馨

前　言

从《小学数学计算秘籍》系列丛书开始酝酿到着手编写，学而思研发中心集思广益，进行了广泛调研，听取了广大学生和家长的需求，采纳了众多一线教师的建议，在制定大纲后对编写大纲进行了反复修改，并邀请一线名师参与丛书的编写，确保图书质量。

《小学数学计算秘籍》系列丛书共六册，一至六年级每年级一册，从基础知识入手，着重于归纳秘籍。从课本的计算知识引申到数学思维，不局限于教材内容，有利于培养学生的发散思维，拓宽知识面，更好地理解数学，更快、更有效地学习数学。

《小学数学计算秘籍》系列丛书具有以下特色。

1. 权威团队

本丛书汇集了学而思众多名师多年的教学沉淀。在解题方法方面，注重从基础上升到方法、技巧。书中对经典例题解释透彻，注重一题多解、多题一解、横向发散、纵向变通。

2. 视频讲解

本丛书采用了国内教辅市场新的教学形式——视频教学。我们将书中的部分例题录制成网络高清讲解视频，同学们可以通过直播和录播两种途径观看视频，方便同学们更直观地进行学习。同学们可通过书中的防伪码登录 http://zt.xueersi.com/xiaoshujs3 进行观看。

3. 论坛互动

同学们只需登录论坛 http://book.eduu.com/peiyou，单击《小学数学计算秘籍（三年级）》“新书答疑”按钮，即可实现与老师互动、与同学们交流心得体会，以解决在使用《小学数学计算秘籍（三年级）》一书时所遇到的问题。

4. QQ 答疑

我们为同学们建立了答疑 QQ 群，方便与编写老师进行及时的沟通和交流互动。同学们可通过 QQ 加入 QQ 群“学而思书籍服务群”，QQ 群号为 324414614。

除《小学数学计算秘籍》系列图书外，学而思研发中心还同步推出《小学数学课内培优跟踪练习册》系列辅导丛书，给同学们提供全方位的学习指导。

在本书编写过程中，我们征求了全国各地老师和教研人员的意见，在此表示衷心的感谢。

我们虽秉承着“打造精品书籍，让学生高效学习”的精神编写此书，但百密一疏，不妥之处在所难免。同学们在使用本书过程中如发现任何问题或者提出改善性意见，均可与我们联系。

联系方式：xiaoxueshuji@100tal.com

学而思研发中心

目录

第 1 讲　带符号搬家 …… 1
秘籍 1　加数互补要带符号搬家 …… 1
秘籍 2　减号同尾要带符号搬家 …… 1
秘籍 3　不够减时要带符号搬家 …… 2
秘籍 4　特殊乘数要带符号搬家 …… 3
秘籍 5　乘除抵消要带符号搬家 …… 3
第 2 讲　添去括号 …… 6
秘籍 1　添括号 …… 6
秘籍 2　去括号 …… 7
秘籍 3　分组 …… 9
第 3 讲　加补和基准数 …… 12
秘籍 1　加法中的加补凑整 …… 12
秘籍 2　减法中的加补凑整 …… 12
秘籍 3　几个接近数的加减运算 …… 14
第 4 讲　乘法分配律 …… 16
秘籍 1　乘法分配律的基本应用 …… 16
秘籍 2　乘法分配律巧应用 …… 17
秘籍 3　乘法分配律的逆运用——提取公因数 …… 19
第 5 讲　等差数列 …… 21
秘籍 1　等差数列求项数 …… 21
秘籍 2　等差数列求和 …… 22
秘籍 3　等差数列中项定理 …… 23
秘籍 4　等差数列的综合应用 …… 24
第 6 讲　数列与数表 …… 27
秘籍 1　简单常见数列 …… 27
秘籍 2　二级等差数列 …… 27
秘籍 3　简单数表计算 …… 28
第 7 讲　特殊数的乘法 …… 30
秘籍 1　末位“0”的乘法 …… 30
秘籍 2　含 5 或 15 的乘法 …… 30

秘籍 3　多位“1”的乘法 …… 31
秘籍 4　乘法计算中的“好朋友” …… 32
秘籍 5　末位“1”的乘法 …… 32
秘籍 6　多位“9”的乘法 …… 33
第 8 讲　重叠数的计算 …… 36
秘籍 1　两位数重叠数 …… 36
秘籍 2　多位数重叠数 …… 37
秘籍 3　两位数多次重叠数 …… 37
秘籍 4　多位数多次重叠数 …… 38
秘籍 5　隐秘重叠数 …… 39
秘籍 6　重叠数的计算 …… 39
第 9 讲　位值原理在计算中的应用 …… 41
秘籍 1　位值原理 …… 41
秘籍 2　利用位值原理巧算 …… 41
第 10 讲　定义新运算 …… 44
秘籍 1　直接运算型 …… 44
秘籍 2　观察规律型 …… 46
第 11 讲　数字谜 …… 49
秘籍 1　金三角 …… 49
秘籍 2　首末位分析法 …… 51
秘籍 3　进位、借位分析法 …… 51
第 12 讲　综合练习 …… 54
秘籍 1　凑整法 …… 54
秘籍 2　数列 …… 55
秘籍 3　运算定律 …… 55
秘籍 4　计算推理 …… 56
答案与提示 …… 59

第1讲　带符号搬家

秘籍导航

在做计算题时学会运用带符号搬家的方法，调整运算顺序进行凑整或抵消从而达到巧算的目的。

秘籍攻略

秘籍1　加数互补要带符号搬家

例1　(1) 计算 238 + 147 + 62

分析　观察算式发现 238 和 62 的尾数是“好朋友”，正好能凑成整百，我们把“ + 62”一起搬到 238 的后面，“ + 147”的前面，改变了运算顺序，计算就简便了。

原式 = 238 + 62 + 147
= 300 + 147
= 447



(2) 计算 376 − 89 + 124

分析　观察算式发现 376 和 124 的尾数是“好朋友”，正好能凑成整百，我们把“ + 124”一起搬到 376 的后面，“ − 89”的前面，计算就简便了。

原式 = 376 + 124 − 89
= 500 − 89
= 411

(3) 计算 128 + 136 + 72 + 64

分析　观察算式发现 128 和 72 的尾数是“好朋友”，136 和 64 的尾数是“好朋友”，正好能凑成整百，所以带着符号搬家进行凑整。

原式 = (128 + 72) + (136 + 64)
= 200 + 200
= 400

秘籍2　减号同尾要带符号搬家

例2　(1) 计算 363 − 78 − 63

分析　观察算式发现 363 和 63 的个位、十位数都相同，而 63 前面的符号是“ − ”，所以可以把“ − 63”搬到 363 的后面，先算 363 减 63 等于 300，再减 78，使计算更简便。

原式 = 363 − 63 − 78
= 300 − 78
= 222

(2) 计算 637 + 95 − 37

分析 观察算式发现 637 和 37 的个位、十位数都相同，而 37 的符号是“ − ”，所以可以把“ − 37”搬到 637 的后面。

原式 = 637 − 37 + 95

= 600 + 95

= 695

(3) 计算 572 + 156 − 172 + 144

分析 观察算式发现 156 和 144 尾数是“好朋友”，正好能凑成整百；572 和 172 的个位、十位数都相同，而 172 的符号是“ − ”，所以可以把“ − 172”移到 572 的后面。

原式 = (572 − 172) + (156 + 144)

= 400 + 300

= 700

(4) 计算 426 + 288 − 116 − 168

分析 426 和 116 的个位相同，而 116 前面的符号是“ − ”，所以可以把“ − 116”搬到 426 的后面；288 和 168 的个位相同，而 168 的符号是“ − ”，所以可以把“ − 168”搬到 288 的后面。

原式 = (426 − 116) + (288 − 168)

= 310 + 120

= 430

秘籍 3 不够减时要带符号搬家

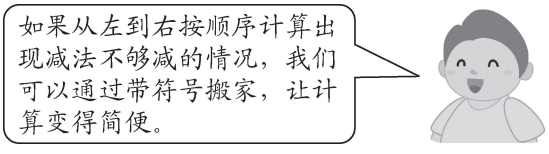
例 3 (1) 计算 136 − 248 + 164

分析 观察算式发现 136 − 248 不够减，136 + 164 = 300，可以交换“ − 248”和“ + 164”的位置，先算 136 + 164 = 300，再算 300 − 248，这样计算比较简便。

原式 = 136 + 164 − 248

= 300 − 248

= 52



(2) 计算 116 − 200 + 114

分析 观察算式发现 116 − 200 不够减，116 + 114 = 230，可以交换“ − 200”和“ + 114”的位置，先算 116 + 114 = 230，再算 230 − 200，这样计算比较简便。

原式 = 116 + 114 − 200

= 230 − 200

= 30

(3) 计算 1412 − 1519 + 1217

分析 观察算式发现 1412 − 1519 不够减，1412 + 1217 = 2629，可以交换“ − 1519”和“ + 1217”的位置，先算 1412 + 1217 = 2629，再算 2629 − 1519，这样计算比较简便。

原式 = 1412 + 1217 − 1519
= 2629 − 1519
= 1110

(4) 计算 313 − 415 + 112 − 10

分析　观察算式发现 313 − 415 不够减，可以交换“ − 415”和“ + 112”的位置，先算 313 + 112 = 425，这样计算比较简便。

原式 = 313 + 112 − 415 − 10
= 425 − 415 − 10
= 0

秘籍 4　特殊乘数要带符号搬家

例 4　(1) 计算 5 × 139 × 2

分析　2 × 5 = 10，乘数的积为整十数，所以将“ × 2”搬到“ × 139”前面，然后再计算 139 × 10。

原式 = 5 × 2 × 139
= 10 × 139
= 1390

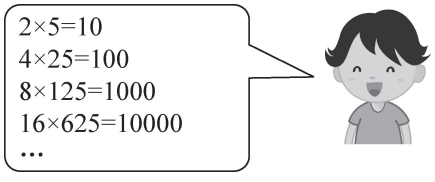
(2) 计算 125 × 127 × 8

分析　125 × 8 = 1000，先计算这两个数，再计算 127 × 1000 就比较简便，所以“ × 8”要搬到“ × 127”前面。

原式 = 125 × 8 × 127
= 1000 × 127
= 127000

(3) 计算 25 × 32 × 125

分析　看到 25 想到 4，看到 125 想到 8，但是原式没有 4 或 8，可以把 32 分解成 4 × 8，这样 25 和 4 相乘，125 和 8 相乘，计算就简单了。



原式 = (25 × 4) × (8 × 125)
= 100 × 1000
= 100000

秘籍 5　乘除抵消要带符号搬家

例 5　(1) 计算 13 × 89 ÷ 13

分析　如果按照四则运算从左到右依次计算，会有点麻烦。可以先计算 13 ÷ 13 = 1，所以可以把“ ÷ 13”移到“ × 89”的前面，那样计算就简单了。在只有乘除计算的时候

可以带符号搬家。

原式 = 13 ÷ 13 × 89

= 1 × 89

= 89

(2) 计算 63 × 7 ÷ 9

分析 63 正好是 9 的倍数，所以先算 63 ÷ 9 = 7，再算 7 × 7。

原式 = 63 ÷ 9 × 7

= 7 × 7

= 49

(3) 计算 35 × 220 ÷ 7

分析 35 乘 220 的得数会比较大，而 35 除以 7 能口算，所以把“ ÷ 7”搬到“ × 220”的前面先计算。

原式 = 35 ÷ 7 × 220

= 5 × 220

= 1100

(4) 计算 45000 ÷ 25 ÷ 90 × 25

分析 45000 除以 25 的得数会比较大，而 45000 除以 90 能口算，所以把“ ÷ 90”搬到 45000 后面先计算。另外，25 ÷ 25 = 1，搬家后计算会更简便。

原式 = (45000 ÷ 90) × (25 ÷ 25)

= 500 × 1

= 500

例 6 计算 777 × 25 ÷ 777 × 4

分析 把算式中“ ÷ 777”搬到“ × 25”的前面，先计算“777 ÷ 777 = 1”就简单了。

原式 = (777 ÷ 777) × (25 × 4)

= 1 × 100

= 100

秘籍总结

同号找朋友，异号找同尾。

不够减时要搬家。

乘除抵消要搬家。

秘籍修炼

练 1 计算(1)178 + 148 + 22　　(2)225 − 70 − 25

练 2　计算(1)364 − 75 + 36　　(2)413 + 123 − 113

练 3　计算(1)450 − 36 + 150　　(2)474 + 75 − 274

练 4　计算(1)61 + 175 + 139 + 25　　(2)92 + 176 + 208 − 76

练 5　计算(1)72 × 10 ÷ 9　　(2)4 ÷ 32 × 8

练 6　计算(1)625 × 127 × 16　　(2)999 × 125 ÷ 999 × 16

第2讲　添去括号

秘籍导航

在做加减法计算题时，学会运用添去括号的方法调整运算顺序凑整或抵消，达到巧算的目的。

秘籍攻略

秘籍1　添括号

例1　(1) 计算 167 + 36 + 64

分析　算式中 36 与 64 的和是 100，所以可以添括号先计算，然后再和 167 相加，计算就简单了。

原式 = 167 + (36 + 64)

= 167 + 100

= 267

(2) 计算 1 + 22 + 333 + 4444 + 5555 + 666 + 77 + 8

分析　算式中虽然有两个加数的个位数字能凑 10，但是做起来依然比较麻烦，我们再试试是否有三个加数的个位能凑 10，尝试如下：

原式 = (1 + 4444 + 5555) + (333 + 666 + 1) + (22 + 77 + 1) + (8 − 1 − 1)

= 10000 + 1000 + 100 + 6

= 11106

(3) 计算 729 − 31 − 169

分析　观察算式的运算符号发现都是减号，在连减算式中，如果连减的数求和好算，可以将减数先结合起来。

原式 = 729 − (31 + 169)

= 729 − 200

= 529

(4) 计算 894 − 89 − 111 − 95 − 105 − 94

分析　算式中都是减号，在连减算式中，将减数先结合起来，集中一次相减。该题也可以先带符号搬家。

方法 1：

原式 = 894 − (94 + 89 + 111 + 95 + 105)

= 894 − (94 + 200 + 200)

= 894 − 494

= 400

方法 2：

原式 = (894 − 94) − (89 + 111) − (95 + 105)

= 800 − 200 − 200

= 400

(5) 计算 1000 − 91 − 1 − 92 − 2 − 93 − 3 − 94 − 4 − 95 − 5 − 96 − 6 − 97 − 7 − 98 − 8 − 99 − 9

分析　把题目的 18 个减数加上括号后凑成 9 个 100，从而达到巧算的目的。

原式 = 1000 − (91 + 1 + 92 + 2 + 93 + 3 + 94 + 4 + 95 + 5 + 96 + 6 + 97 + 7 + 98 + 8 + 99 + 9)

= 1000 − [(91 + 9) + (92 + 8) + (93 + 7) + (94 + 6) + (95 + 5) + (96 + 4) + (97 + 3) + (98 + 2) + (99 + 1)]

= 1000 − (100 × 9)

= 100

例 2　(1) 计算 249 − 312 + 751 − 688

分析　在加减混合算式中，可以通过添括号先计算加数的和，再减去所有减数的和。

原式 = (249 + 751) − (312 + 688)

= 1000 − 1000

= 0

(2) 计算 264 + 451 − 216 + 136 − 184 + 149

分析　在加减混合算式中，加数能凑整的添括号，减数末尾能凑整的通过添括号来进行简便计算。

原式 = (264 + 136) + (451 + 149) − (216 + 184)

= 400 + 600 − 400

= 600

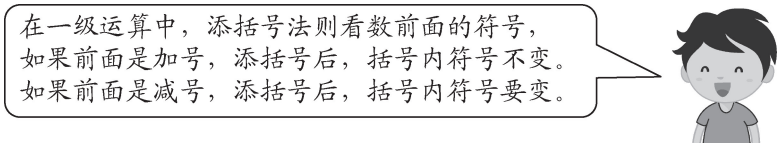
(3) 计算 1348 − 234 − 76 + 2234 − 48 − 24

分析　在加减混合计算中，同号找朋友，异号找同尾，给 1348 和 48，2234 和 234，76 和 24 分别添上括号。

原式 = (1348 − 48) + (2234 − 234) − (76 + 24)

= 1300 + 2000 − 100

= 3200



秘籍 2　去括号

例 3　(1) 计算 (134 + 37 + 55) + (63 + 66 + 25)

分析　算式中的运算符号都是加号时，可以直接去掉括号，然后运用带符号搬家

进行简便运算。

原式 = 134 + 37 + 55 + 63 + 66 + 25

= 134 + 66 + 37 + 63 + 55 + 25

= 200 + 100 + 80

= 380

(2) 计算 264 + (451 − 227) + 36 + (549 − 173)

分析 先去掉括号再计算,括号前面是加号,可以直接去掉括号。

原式 = 264 + 451 − 227 + 36 + 549 − 173

= (264 + 36) + (451 + 549) − (227 + 173)

= 300 + 1000 − 400

= 900

(3) 计算 1500 − (76 + 241) − (359 + 124)

分析 先去掉括号再计算,括号前面是减号,去掉括号时括号里的符号要变号。

原式 = 1500 − 76 − 241 − 359 − 124

= 1500 − (76 + 124) − (241 + 359)

= 1500 − 200 − 600

= 700

(4) 计算 4538 − (3670 − 462) + 670

分析 先去掉括号再计算,括号前面是减号,去掉括号时括号里的符号要变号。

原式 = 4538 − 3670 + 462 + 670

= 4538 + 462 − (3670 − 670)

= 5000 − 3000

= 2000

例 4 (1) 计算 317 + (53 + 748) − (348 − 53) − (238 + 162)

分析 先去掉括号再计算,括号前面是减号,去掉括号时要变号;括号前面是加号,可以直接去掉括号;括号里面能直接计算的先计算。

原式 = 317 + 53 + 748 − 348 + 53 − (238 + 162)

= (317 + 53) + (748 − 348) − (238 + 162) + 53

= 370 + 400 − 400 + 53

= 423

(2) 计算 5643 + (1296 + 1357) − (433 + 896) − 567

分析 先去掉括号再计算,括号前面是减号,去掉括号时要变号;括号前面是加号,可以直接去掉括号。

原式 = 5643 + 1296 + 1357 − 433 − 896 − 567

= (5643 + 1357) + (1296 − 896) − (433 + 567)

= 7000 + 400 − 1000

= 6400

秘籍3　分组

例5 (1) 计算 $1000-999+998-997+996-995+\cdots+4-3+2-1$

分析 先观察算式，看看算式中的数有什么规律，符号有什么规律，再进行计算。根据算式的特征，我们把算式从左至右每两个数作为一组进行计算，每组的计算结果均为1，即 $1000-999$，$998-997$，$996-995$，$\cdots$，$4-3$，$2-1$，整个算式成了求500个1的和。

原式 $=(1000-999)+(998-997)+(996-995)+\cdots+(4-3)+(2-1)$

$=1+1+1+\cdots+1+1$

$=500$

(2) 计算 $1-2+3-4+5-6+\cdots-96+97-98+99-100+101$

分析 此题可以从后往前看，从1到101一共101个数，去掉1就剩下100个数，每两个数一组，一共50组。

原式 $=(101-100)+(99-98)+\cdots+(5-4)+(3-2)+1$

$=50+1$

$=51$

(3) 计算 $1000-999-998+997+996-995-994+993+\cdots+4-3-2+1$

分析 先看看算式中的数有什么规律，符号有什么规律，再进行计算。观察发现算式的前一个数与后一个数的差均为1，符号的规律是“+ − − +”重复出现；在算式中“+ − − +”连着的四个数计算结果为0。

原式 $=(1000-999-998+997)+(996-995-994+993)+\cdots+(4-3-2+1)$

$=0$

(4) 计算 $2005+2004-2003-2002+2001+2000-1999-1998+\cdots-7-6+5+4-3-2+1$

分析 此题从后往前每四项分为一组，每组的计算结果都是0，即除了第一项，后2004项的计算结果都是0。

原式 $=(1-2-3+4)+(5-6-7+8)+\cdots+(2001-2002-2003+2004)+2005$

$=0+2005$

$=2005$

例6 (1) 计算 $(2000-1)+(1999-2)+(1998-3)+\cdots+(1002-999)+(1001-1000)$

分析 如果按顺序计算，计算量较大，可以适当改变运算顺序，先把所有的括号去掉，通过观察发现算式头尾两数的差均为1000，把差为1000的两个数作为一组，从1到2000的连续自然数一共有2000个，所以一共有1000组。

原式 $=2000-1+1999-2+1998-3+\cdots+1002-999+1001-1000$

$=(2000-1000)+(1999-999)+(1998-998)+\cdots+(1002-2)+(1001-1)$

$=1000+1000+1000+\cdots+1000+1000$

$=1000\times1000$

$=1000000$

(2) 计算(2+4+6+…+2006)-(1+3+5+7+…+2005)

分析 先去掉括号,再分组计算,从1到2006,偶数一共有1003个,奇数也有1003个,两个数一组,正好有1003组。

原式=(2-1)+(4-3)+(6-5)+…+(2006-2005)

=1+1+1+…+1

=1003

(3) 计算(1+3+5+7+…+1999)-(2+4+6+…+1998)

分析 算式中只有加减法运算,可以去掉括号重新组合,1~1999共1999个数,奇数1000个,偶数999个,除1以外,将剩余的999个奇数和999个偶数两两分组重新组合,这样相邻两个数的差均为1。

原式=1+3+5+7+…+1999-2-4-6-…-1998

=1+(3-2)+(5-4)+(7-6)+…+(1999-1998)

=1+1×999

=1000

秘籍总结

同号找朋友,异号找同尾。

添去括号:括号前为"+",添去括号后括号内的符号不变;

括号前为"-",添去括号后括号内的符号要变。

分组法:符号和数字有特点,通过分组进行计算。

秘籍修炼

练1 计算(1)237+219+36+63+81+64

(2)500-99-1-98-2-97-3-96-4

练2 计算(1)136-68+936-536-32

(2)1847-1936+536-154-46

练 3　计算(1)4378 − 1234 − (1766 + 378)

(2)1256 − (113 + 56) + (493 − 69) − 11

练 4　计算(1)25 + 24 − 23 + 22 + 21 − 20 + 19 + 18 − 17 + 16 + 15 − 14 + 13 + 12 − 11

(2)100 + 102 − 104 + 106 − 108 + 110 − 112 + 114 − 116 + 118

练 5　计算(1)(1 + 3 + 5 + 7 + ⋯ + 99) − (2 + 4 + 6 + ⋯ + 98)

(2)1 − 2 + 3 − 4 + 5 − 6 + 7 − 8 + 9 − ⋯ − 48 + 49 − 50 + 51

练 6　计算(1)100 − 99 − 98 + 97 + 96 − 95 − 94 + 93 + ⋯ + 4 − 3 − 2 + 1

(2)1 + 2 − 3 − 4 + 5 + 6 − 7 − 8 + 9 + ⋯ + 94 − 95 − 96 + 97 + 98 − 99 − 100 + 101

第3讲　加补和基准数

秘籍导航

掌握加减法计算的两种巧算方法：加补凑整法、基准数法。

秘籍攻略

秘籍1　加法中的加补凑整

例1　(1) 计算 99999 + 9999 + 999 + 99 + 9

分析　99999 接近 100000，9999 接近 10000，999 接近 1000，99 接近 100，9 接近 10，可以分别凑整再计算。

方法 1：

原式 = (99999 + 1) + (9999 + 1) + (999 + 1) + (99 + 1) + (9 + 1) − 5

= 100000 + 10000 + 1000 + 100 + 10 − 5

= 111105

方法 2：

原式 = (100000 − 1) + (10000 − 1) + (1000 − 1) + (100 − 1) + (10 − 1)

= 100000 − 1 + 10000 − 1 + 1000 − 1 + 100 − 1 + 10 − 1

= 111110 − 5

= 111105



(2) 计算 59997 + 3998 + 407 + 89

分析　59997 接近 60000，3998 接近 4000，407 接近 400，89 接近 90，可以分别凑整再计算。

原式 = (60000 − 3) + (4000 − 2) + (400 + 7) + (90 − 1)

= 60000 + 4000 + 400 + 90 − 3 − 2 + 7 − 1

= 64490 + 1

= 64491

秘籍2　减法中的加补凑整

例2　(1) 计算 257 − 98

分析　减数 98 接近 100，可以凑整再计算。

原式 = 257 − (100 − 2)

= 257 − 100 + 2

= 159

(2) 计算 751 − 203

分析 减数 203 接近 200,可以凑整再计算。

原式 = 751 − (200 + 3)
= 751 − 200 − 3
= 551 − 3
= 548

(3) 计算 895 − 504 − 97

分析 减数 504 接近 500,97 接近 100,可以凑整再计算。

原式 = 895 − (500 + 4) − (100 − 3)
= 895 − 500 − 4 − 100 + 3
= 895 − 500 − 100 − 4 + 3
= 295 − 4 + 3
= 294

(4) 计算 1034 − 399 − 102

分析 减数 399 接近 400,102 接近 100,可以凑整再计算。

原式 = 1034 − (400 − 1) − (100 + 2)
= 1034 − 400 + 1 − 100 − 2
= 1034 − 400 − 100 + 1 − 2
= 533

例 3 (1) 计算 198 − 205 − 108 + 409

分析 加减混合运算。观察发现算式中每个数都接近整百数,只需分别凑整再计算,但需要注意减数中较小数的符号变化。

原式 = (200 − 2) − (200 + 5) − (100 + 8) + (400 + 9)
= 200 − 2 − 200 − 5 − 100 − 8 + 400 + 9
= (200 − 200 − 100 + 400) − 2 − 5 − 8 + 9
= 300 − 6
= 294

(2) 计算 199 + 298 − 397 + 496 + 595 + 20 − 97 − 19

分析 加减混合运算。观察发现算式中每个数都接近整百数或整十数,可以分别凑整再计算,但需要注意减数中较小数的符号变化。

原式 = (200 − 1) + (300 − 2) − (400 − 3) + (500 − 4) + (600 − 5) + 20 − (100 − 3) − (20 − 1)
= 200 − 1 + 300 − 2 − 400 + 3 + 500 − 4 + 600 − 5 + 20 − 100 + 3 − 20 + 1
= 200 + 300 − 400 + 500 + 600 − 100 + 20 − 20 − 1 − 2 + 3 − 4 − 5 + 3 + 1
= 1100 − 5
= 1095

秘籍3 几个接近数的加减运算

例4 (1) 计算 201 + 198 + 197 + 200 + 205

分析 几个接近的数相加,可以把每个数都看成同一个整十数、整百数、整千数等,变加为乘,但一定要记得处理较小的数。算式中每个数都接近 200。

原式 = (200 + 1) + (200 − 2) + (200 − 3) + 200 + (200 + 5)
= 200 × 5 + 1 − 2 − 3 + 5
= 1000 + 1
= 1001

(2) 计算 567 + 558 + 562 + 555 + 563 + 560

分析 题目中每个数都接近 560。

原式 = (560 + 7) + (560 − 2) + (560 + 2) + (560 − 5) + (560 + 3) + 560
= 560 × 6 + 7 − 2 + 2 − 5 + 3
= 3360 + 5
= 3365

例5 (1) 计算 199 + 199 + 201 + 203 + 198 − 196

分析 算式中每个数都接近 200,算式中有减法出现,可以先计算 198 − 196 = 2。

原式 = 199 + 199 + 201 + 203 + 2
= (200 − 1) + (200 − 1) + (200 + 1) + (200 + 3) + 2
= 200 − 1 + 200 − 1 + 200 + 1 + 200 + 3 + 2
= 200 × 4 − 1 − 1 + 1 + 3 + 2
= 800 + 4
= 804

(2) 计算 241 + 238 + 240 + 239 + 242 + 237 − 233

分析 算式中每个数都接近 240,算式中有减法出现,可以先计算 237 − 233 = 4。

原式 = 241 + 238 + 240 + 239 + 242 + 4
= (240 + 1) + (240 − 2) + 240 + (240 − 1) + (240 + 2) + 4
= 240 × 5 + 1 − 2 − 1 + 2 + 4
= 1200 + 4
= 1204

例6 (1) 计算 351 + 348 + 353 + 350 − 201 − 203 − 198

分析 算式中加数为一组接近的数,都接近 350,减数为一组接近的数,都接近 200,可以分别变加为乘,再计算。

原式 = (350 + 1) + (350 − 2) + (350 + 3) + 350 − (200 + 1) − (200 + 3) − (200 − 2)
= 350 × 4 − 200 × 3 + 1 − 2 + 3 − 1 − 3 + 2
= 800 + 0
= 800

(2) 计算 101 + 102 + 100 + 96 + 97 + 98 + 99 + 100 + 103 + 105 + 98 + 96 + 104 + 100 + 101 + 102 + 99 + 103 + 96 + 100

分析 算式中每一个数都接近 100，可以把每一个数都看成 100，变加为乘，最后处理较小的数。

原式 = (100 + 1) + (100 + 2) + 100 + (100 − 4) + (100 − 3) + (100 − 2) + (100 − 1) + 100 + (100 + 3) + (100 + 5) + (100 − 2) + (100 − 4) + (100 + 4) + 100 + (100 + 1) + (100 + 2) + (100 − 1) + (100 + 3) + (100 − 4) + 100

= 100 × 20 + 1 + 2 − 4 − 3 − 2 − 1 + 3 + 5 − 2 − 4 + 4 + 1 + 2 − 1 + 3 − 4

= 2000 + 0

= 2000

秘籍总结

加补凑整法：每个数分别凑整，再计算。

基准数法：几个接近的数全部看作同一个整十数、整百数、整千数等，变加为乘。

秘籍修炼

练 1 计算(1)9 + 19 + 199 + 1999　　(2)8 + 88 + 899 + 8999

练 2 计算(1)1523 − 599　　(2)814 − 296

练 3 计算 1804 − 398 − 205

练 4 计算 301 + 305 + 298 + 300 + 297

练 5 计算 501 + 503 + 496 + 499 − 493

练 6 计算 203 + 204 + 202 + 205 − 98 − 99 − 97 − 99

第4讲　乘法分配律

秘籍导航

根据算式中数的特征，运用乘法分配律达到简算的目的，提高运算的速度和正确率。

秘籍攻略

秘籍1　乘法分配律的基本应用

例1 （1）计算$(32+25)\times4$

分析 观察算式可以看出这是两个数的和乘一个数，且$25\times4=100$，可以用乘法分配律进行计算。

原式$=32\times4+25\times4$

$=128+100$

$=228$

（2）计算$(20+4)\times25$

分析 观察算式发现4和25的乘积是100，可以使用乘法分配律进行计算。

原式$=20\times25+4\times25$

$=500+100$

$=600$

（3）计算$70\times(3+90)$

分析 观察算式发现，这是一个数乘两个数的和，90是整十数，可以应用乘法分配律进行计算。

原式$=70\times3+70\times90$

$=210+6300$

$=6510$

小结 以上题目所应用的方法就叫作乘法分配律，所谓乘法分配律就是两个数的和与一个数相乘，等于把两个加数分别与这个数相乘，再把两个积加起来，结果不变。

乘法分配律：
$a\times(b+c)=a\times b+a\times c$
$(a+b)\times c=a\times c+b\times c$



例2 （1）计算$(40-5)\times12$

分析 观察算式发现，这是两个数的差与一个数相乘，这个算式的意义是先算40与5的差得到35，再算35个12是多少，那么40个12减去5个12也是35个12，即可以按如下方法计算。

原式 $=40\times12-5\times12$

$=480-60$

$=420$

(2) 计算 $(80-8)\times125$

分析　观察算式发现，这是一个有特点的算式，80 和 125 的乘积是 10000，8 和 125 的乘积是 1000。

原式 $=80\times125-8\times125$

$=10000-1000$

$=9000$

(3) 计算 $22\times(40-2)$

分析　一个数乘两个数的差也适用乘法分配律。

原式 $=22\times40-22\times2$

$=880-44$

$=836$

小结　乘法分配律在减法中也是适用的，也就是说两个数的差乘一个数，可以用这两个数分别去乘这个数，然后再将两个积相减，结果不变。

秘籍 2　乘法分配律巧应用

例 3　(1) 计算 102×27

分析　观察算式发现，可以将 102 拆成 $100+2$，再利用乘法分配律与 27 相乘。

原式 $=(100+2)\times27$

$=100\times27+2\times27$

$=2700+54$

$=2754$

(2) 计算 51×36

分析　观察算式发现，可以将 51 拆成 $50+1$，然后利用乘法分配律进行计算。

原式 $=(50+1)\times36$

$=50\times36+1\times36$

$=1800+36$

$=1836$

(3) 计算 13×19

分析　观察算式发现，可以把 19 拆成 $20-1$，再利用乘法分配律进行计算。

原式 $=13\times(20-1)$

$=13\times20-13\times1$

$=260-13$

$=247$

(4) 计算 123 × 199

分析 观察算式发现可以把 199 拆成 200 − 1，再利用乘法分配律进行计算。

原式 = 123 × (200 − 1)
= 123 × 200 − 123 × 1
= 24600 − 123
= 24477

注意 这种拆数再用乘法分配律的计算方法，既可以把数拆成两个数的和，也可以拆成两个数的差。

例 4 (1) 计算 44 × 25

分析 观察算式发现，40 × 25 = 1000，4 × 25 = 100，44 个 25 可以拆成 40 个 25 与 4 个 25 的和，适用乘法分配律进行简算。

原式 = (40 + 4) × 25
= 40 × 25 + 4 × 25
= 1000 + 100
= 1100

(2) 计算 88 × 125

分析 算式中 88 可以拆成 80 + 8，这样利用乘法分配律进行简算。

原式 = (80 + 8) × 125
= 80 × 125 + 8 × 125
= 10000 + 1000
= 11000

(3) 计算 15 × 22

分析 算式中 22 可以拆成 20 + 2，利用乘法分配律进行简算。

原式 = 15 × (20 + 2)
= 15 × 20 + 15 × 2
= 300 + 30
= 330

例 5 (1) 计算 (150 + 75) ÷ 15

分析 观察算式，算式的意义是要把 150 和 75 的和平均分成 15 份，求每一份是多少。想一想是不是可以分开来进行平均分呢？也就是先把 150 平均分成 15 份，再把 75 平均分成 15 份，再求和。

原式 = 150 ÷ 15 + 75 ÷ 15
= 10 + 5
= 15

(2) 计算 (91 − 14) ÷ 7

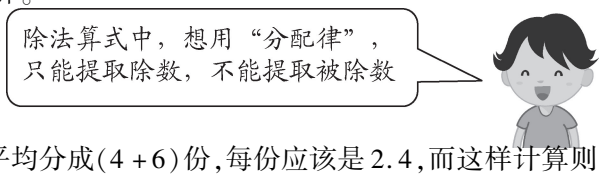
分析 观察算式发现，91 ÷ 7 = 13，14 ÷ 7 = 2。

原式 = 91 ÷ 7 − 14 ÷ 7
= 13 − 2
= 11

小结　乘法分配律也适用于除法，两个数的和或差除以一个不为 0 的数，可以先将两个数分别除以这个数，再将两个商相加或相减。

(3) 计算 $24 \div (4+6)$

分析　使用乘法分配律进行计算。



原式 $= 24 \div 4 + 24 \div 6$

$= 6 + 4$

$= 10$

想一想这道题的意义是要把 24 平均分成 $(4+6)$ 份，每份应该是 2.4，而这样计算则变成了两个 24，一个平均分成 4 份，一个平均分成 6 份，之后再相加，那么每份就不是 2.4 了。所以这样算是错误的。

注意　一个数除以两个数的和或差就不适用乘法分配律了，有兴趣的同学可以想一想为什么？

秘籍 3　乘法分配律的逆运用——提取公因数

例 6　(1) 计算 $45 \times 12 + 55 \times 12$

分析　观察算式，两个乘法算式都有因数 12（12 就叫作公因数），可以把公因数 12 提出来，先求 45 与 55 的和再乘 12。

原式 $= (45+55) \times 12$

$= 100 \times 12$

$= 1200$

(2) 计算 $75 \times 16 + 75 \times 23 + 75$

分析　观察算式，前两个乘法算式很明显，可以看出公因数是 75，而最后一个加数 75 可以改写为 75×1，这样就可以提取公因数 75 再与 $(16+23+1)$ 相乘。

原式 $= 75 \times 16 + 75 \times 23 + 75 \times 1$

$= 75 \times (16+23+1)$

$= 75 \times 40$

$= 3000$

(3) 计算 $105 \times 93 - 5 \times 93$

分析　观察算式，减数与被减数的公因数是 93，可以提出 93，再进行计算。

原式 $= (105-5) \times 93$

$= 100 \times 93$

$= 9300$

(4) 计算 $56 \times 26 + 21 \times 26 + 77 \times 74$

分析　观察算式，前两个乘法算式中有公因数 26，可以提取出公因数 26，剩下 56 与 21 的和是 77，而第三个算式中也有因数 77，可以进行二次提取。

原式 $= (56+21) \times 26 + 77 \times 74$

$= 77 \times 26 + 77 \times 74$

$=77\times(26+74)$
$=77\times100$
$=7700$

秘籍总结

$a\times(b+c)=a\times b+a\times c$
$a\times(b-c)=a\times b-a\times c$
$(b+c)\div a=b\div a+c\div a$
$(b-c)\div a=b\div a-c\div a$

秘籍修炼

练1 计算(1)$(25+7)\times4$　(2)$(15+21)\times4$

(3)$12\times(25+30)$　(4)$8\times(125+12)$

练2 计算(1)$(25-7)\times4$　(2)$(8-2)\times125$

(3)$16\times(20-11)$　(4)$15\times(30-4)$

练3 计算(1)24×5　(2)12×201

(3)15×41　(4)23×19

练4 计算(1)24×25　(2)18×125

(3)78×125　(4)19×99

练5 计算(1)$(120+12)\div12$　(2)$(100-24)\div4$

练6 计算(1)$73\times66+27\times66$　(2)$59\times115-15\times59$

(3)$46\times31+53\times31+31$　(4)$32\times27+32\times42+69\times68$

第5讲　等差数列

秘籍导航

认识等差数列中涉及的基本概念；可以灵活运用等差数列求项数、求和公式解决问题。

秘籍攻略

秘籍1　等差数列求项数

例1 (1) 数列1,2,3,4,5,…,1000,共有多少项？

分析 基本概念：

❖在一列数中，任意相邻两个数的差是相同的，这样的一列数就叫作等差数列。

❖首项是指等差数列中第一个数；项数是指等差数列中所有数的个数；公差是指数列中相邻两个数的差。

观察数列发现，从1开始的连续自然数，最后一个数即是整个数列的个数（项数），所以共1000项。

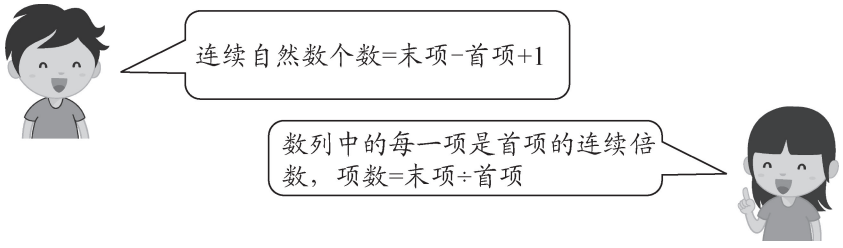
(2) 数列7,8,9,10,…,1000,共有多少项？

分析 方法1：1到1000共1000项，这个数列少了1～6，少6个，所以共1000－6＝994项。

方法2：利用项数公式可知1000－7＋1＝994，共994项。

(3) 数列2,4,6,8,…,其中100是第几项？

分析 数列中每一项都是首项2的倍数，所以项数为100÷2＝50。



(4) 数列3,5,7,9,…,其中85是第几项？

分析 3（+2）5（+2）7（+2）9,…,85，小青蛙从3起步跳到85，共增加85－3＝82，每跳一步增加2，说明跳了82÷2＝41（步），跳到第41＋1＝42（步），所以共42项，可以得到等差数列求项数公式，项数＝（末项－首项）÷公差＋1。

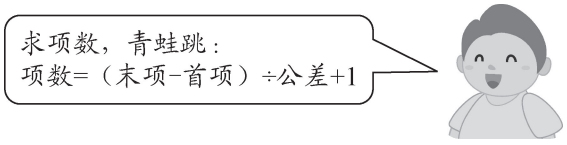
(5) 数列 1,5,9,13,…,其中 401 是第几项?

分析 利用项数公式可知:

$(401-1)\div 4+1$

$=400\div 4+1$

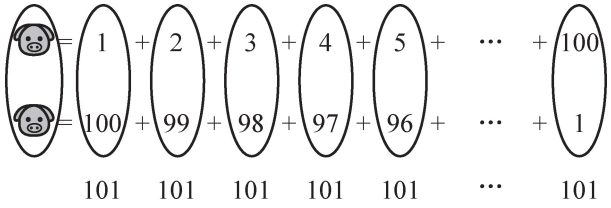
$=101$

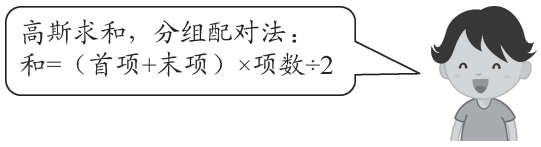


秘籍 2 等差数列求和

例 2 求 $1+2+3+4+5+\cdots+100$ 的和是多少?

分析 分组配对法:





所以和为 $101\times 100\div 2=5050$,从而得到高斯求和公式:(首项 + 末项) × 项数 ÷ 2

例 3 (1) 计算 $1+3+5+7+9+11+13+15$

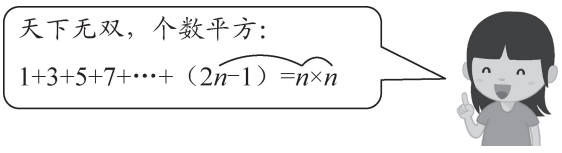
分析

方法 1:利用高斯求和公式计算。

$(1+15)\times 8\div 2$

$=16\times 8\div 2$

$=64$



方法 2:从 1 开始的连续奇数的和为项数的平方,即 $8\times 8=64$。

(2) 计算 $39+37+35+\cdots+3+1$

分析 想要求和,需要知道项数。

项数:$(39-1)\div 2+1$

$=38\div 2+1$

$=20$

方法 1:利用高斯求和公式计算。

$(39+1)\times 20\div 2$

$=40\times 20\div 2$

$=40\times 10$

$=400$

方法 2:从 1 开始的连续奇数的和为项数的平方,即 $20\times 20=400$。

(3) 计算 $1+2+3+4+5+\cdots+100+99+98+\cdots+3+2+1$

分析 方法 1：利用高斯求和公式计算。

$1+2+3+4+5+\cdots+100=5050$

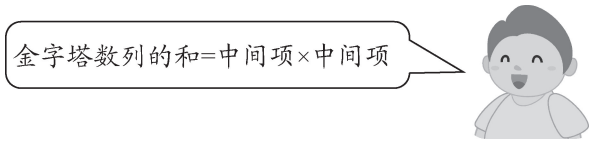
$99+98+\cdots+3+2+1=5050-100=4950$

$5050+4950=10000$

方法 2：此数列从 1 连续加到 100，再往下连续加到 1，为金字塔数列，金字塔数列的和等于中间项 × 中间项，即 $100\times100=10000$。

(4) 计算 $1+2+3+4+5+\cdots+50+49+48+\cdots+6+5$

分析 先补成金字塔数列，再减去补的数，即 $50\times50-(4+3+2+1)=2490$。



例 4 计算：

(1) $1+3+5+7+\cdots+299$

(2) $5+10+15+20+\cdots+100$

(3) $70+67+64+\cdots+4+1$

(4) $103+99+95+\cdots+7+3$

分析 等差数列求和，需要已知首项、末项和项数，而在本道例题中首项、末项均已知，还缺少项数，所以需要先求项数再求和。

(1) 项数：$(299-1)\div2+1$
$=298\div2+1$
$=150$
和：$150\times150=22500$

(2) 项数：$100\div5=20$
和：$(5+100)\times20\div2$
$=105\times(20\div2)$
$=105\times10$
$=1050$

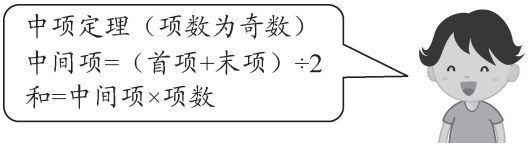
(3) 项数：$(70-1)\div3+1$
$=69\div3+1$
$=24$
和：$(70+1)\times24\div2$
$=71\times(24\div2)$
$=71\times12$
$=852$

(4) 项数：$(103-3)\div4+1$
$=100\div4+1$
$=26$
和：$(103+3)\times26\div2$
$=106\times(26\div2)$
$=106\times13$
$=1378$

秘籍 3　等差数列中项定理

例 5 (1) 计算 $4+8+12+16+20+24+28+32+36$

分析



方法 1：利用高斯求和公式计算。

$(4+36)\times9\div2$

$=40\times9\div2$

$=180$

方法 2：项数为奇数，可用中项定理求和，和 = 中间项 × 项数，即 $20\times9=180$。

（2）计算 $5+9+13+17+21+25+29$

分析

方法 1：利用高斯求和公式计算。

$(5+29)\times7\div2$

$=34\times7\div2$

$=119$

方法 2：项数为奇数，可用中项定理求和，和 = 中间项 × 项数，即 $17\times7=119$。

（3）计算 $6+9+12+15+\cdots+60$

分析 想要求和，要先求项数。

$(60-6)\div3+1$

$=54\div3+1$

$=19$

项数为奇数，可以利用中项定理求和，中间项为 $(6+60)\div2=33$，和为 $33\times19=627$。

秘籍 4 等差数列的综合应用

例 6 （1）5 个连续奇数的和为 525，请问最小的奇数是多少？

分析

（1）5 个连续奇数为等差数列，根据中项定理可知中间项为 $525\div5=105$。

5 个连续奇数为 101，103，105，107，109，所以最小奇数为 101。

（2）11 至 18 这 8 个连续自然数的和再加上 1992 后所得的值恰好等于另外 8 个连续自然数的和，这另外 8 个连续自然数中最小的数是多少？

分析 将 1992 平均分成 8 份，再把每份加到 11 至 18 上，$1992\div8=249$，$249+11=260$。

秘籍总结

求项数，青蛙跳，步数加 1 是项数。

求和，分组配对，套用公式。

特殊情况更简便：

从 1 开始的连续奇数的和：天下无双，个数平方。

金字塔数列的和 = 中间项 × 中间项。

项数为奇数,利用中项定理求和。中间项 = (首项 + 末项) ÷ 2;和 = 中间项 × 项数。

秘籍修炼

练 1 下面每一个数列各有多少项?

(1)2,5,8,11,…,152

(2)7,11,15,…,87

(3)3,6,9,12,…,300

练 2 计算(1)100 + 102 + 104 + 106 + 108 + 110

(2)15 + 18 + 21 + 24 + 27 + 30 + 33 + 36

练 3 计算(1)1 + 3 + 5 + 7 + 9 + … + 139

(2)1 + 2 + 3 + 4 + … + 19 + 20 + 19 + … + 7 + 6

练 4 计算(1)6 + 12 + 18 + … + 120　　(2)17 + 24 + 31 + … + 150

(3)4 +7 +10 +… +91

练 5 计算(1)3 +4 +5 +… +57　　(2)90 +87 +84 +… +12

练 6 把 210 拆成 7 个自然数的和,使这 7 个数从小到大排成一行后,相邻两个数的差都是 5,那么第 1 个数与第 6 个数分别是多少?

第6讲　数列与数表

秘籍导航

观察一些有特点的数列或数表，找出其中的内在联系，总结规律，完成要求。

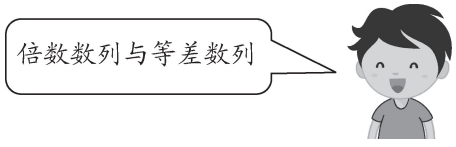
秘籍攻略

秘籍1　简单常见数列

例1　分析各数列的规律，然后填空。

(1) 3，6，12，24，(　)，96，192，…。

(2) 12，19，26，33，…，第11个数是(　)，124是第(　)个数。



分析

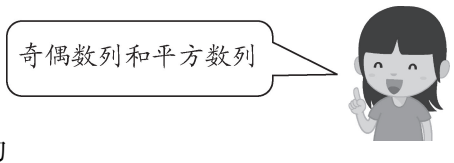
(1)后面的数总是前面的数的2倍，答案是48。

(2)这列数的规律：第二项是19＝12＋7，第三项是12＋2×7＝26，第四项12＋3×7＝33，所以第一个括号内的数应是12＋10×7＝82，第二个括号内的数应是(124－12)÷7＋1＝17。

例2　观察下面数列，然后填空。

(1) 1，4，3，6，5，8，7，10，(　)，(　)，…。

(2) 1，4，9，16，25，36，49，(　)，…。



分析

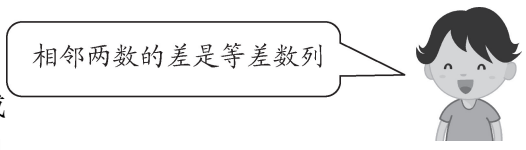
(1)第一项，第三项，第五项，……是1，3，5，…的奇数，第二项，第四项，第六项，……是4，6，8，…的偶数，所以括号里的数应是9，12。

(2)第一个数是1^2＝1，第二个数是2^2＝4，第三个数是3^2＝9，……，所以括号里的数是8^2＝64。

秘籍2　二级等差数列

例3　(1) 下面是一串有规律的数：0，1，3，6，10，15，(　)，28，…，括号中的数是多少？

(2) 上面数列的第10个数是多少？



分析

(1)观察算式，发现相邻两数的差组成的数列是1，2，3，4，5，…，由15＋6＝21知道答案为21。

(2)第 1 个数是 0,第 2 个数是 0 + 1 = 1,第 3 个数是 0 + 1 + 2 = 3,第 4 个数是 0 + 1 + 2 + 3 = 6,以此类推,第 10 个数是 0 + 1 + 2 + 3 + … + 9 = 45。

例 4 有一列数 1,2,4,7,11,16,22,…,请问第 30 个数是多少?

分析 观察相邻两数的差组成的数列是 1,2,3,4,5,6,…。

第 1 个数是 1,
第 2 个数是 1 + 1 = 2,
第 3 个数是 1 + 1 + 2 = 4,
第 4 个数是 1 + 1 + 2 + 3 = 7,
第 5 个数是 1 + 1 + 2 + 3 + 4 = 11,
……

所以第 30 个数是 1 + 1 + 2 + 3 + 4 + … + 29 = 436。

例 5 张杰从 27 起写了 26 个连续奇数,王强从 26 起写了 26 个连续自然数,然后他们分别将自己的 26 个数求和,那么这两个和的差是多少?

分析



张杰:27,29,31,…,77
王强:26,27,28,…,51
差:1,2,3,4,…,26

共相差:1 + 2 + 3 + … + 26 = (1 + 26) × 26 ÷ 2 = 351

秘籍 3 简单数表计算

例 6 将从 5 开始的连续自然数按规律填入数阵中,请问 123 应该排在第几列?

第一列	第二列	第三列	…
5	10	15	…
6	11	16	…
7	12	17	…
8	13	18	…
9	14	19	…

分析 每列 5 个数,从 5 到 123,有 123 − 5 + 1 = 119 个数,123 是第 119 个数,119 ÷ 5 = 23……4,所以 123 在第 24 列。

秘籍总结

数列与数表,仔细找规律。
加减与乘除,归纳和总结。

秘籍修炼

练 1 观察分析下面各列数的变化规律,根据这个规律,在(　)里填上合适的数。

(1)1,3,5,7,(　　)。

(2)2,4,6,8,(　　)。

(3)7,11,15,19,23,(　　),31,…。

练 2 下面是一串有规律的数:1,2,4,8,16,32,64,…,这串数中的第 10 个数是多少?

练 3 有一列数 2,3,5,8,12,17,…,问第 10 个数是多少?

练 4 3 +12,6 +10,12 +8,24 +6,48 +4,…,是按一定规律排列的一串算式,其中第六个算式是(　　)。

练 5 数列求和 1 +3 +5 +7 +… +31。

练 6 将从 5 开始的连续自然数按规律填入数阵中,请问 213 应该排在第几列?

第一列	第二列	第三列	第四列	…
5	9	13	17	…
6	10	14	18	…
7	11	15	19	…
8	12	16	20	…

第7讲　特殊数的乘法

秘籍导航

掌握数的末位是0的巧算，乘5或15的巧算，与多位“1”相乘的巧算，与末位“1”及多位“9”相乘的巧算方法，并熟练应用。

秘籍攻略

秘籍1　末位“0”的乘法

例1 (1) 计算 23×10　51×100　123×1000

分析 末尾有0的乘法，可以先将0盖住，算剩下的数，最后盖住几个0，就在结果的末尾补几个0。因为1乘任何数都等于这个数，乘10，100，1000，…，直接在被乘数后补0，所以 $23\times10=230$，$51\times100=5100$，$123\times1000=123000$。

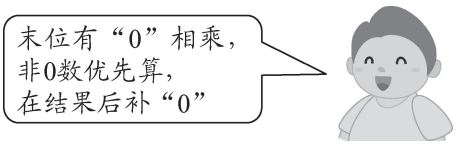


(2) 计算 22×20　34×300　42×4000

分析 22×20 先计算 $22\times2=44$，再在44后面补一个0，所以 $22\times20=440$，同理 $34\times300=10200$，$42\times4000=168000$。

(3) 计算 10×100　620×200　2100×3000

分析 10×100 先计算 $1\times1=1$，再在1后面补3个0，所以 $10\times100=1000$，同理 $620\times200=124000$，$2100\times3000=6300000$。



秘籍2　含5或15的乘法

例2 (1) 计算 4×5　20×5　24×5　72×5　124×5　248×5

分析

偶数乘5，先求这个偶数的一半，然后在末位补0即可。

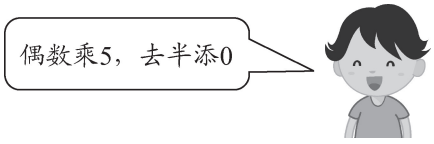


÷2，添0
20 ×5 = 10 | 0
△　△

÷2，添0
124 ×5 = 62 | 0
△　△

÷2，添0
24 ×5 = 12 | 0
△　△

÷2，添0
248 ×5 = 124 | 0
△　△



(2) 计算 8 ×15　30 ×15　66 ×15　78 ×15　126 ×15　288 ×15

分析　偶数乘 15，先用这个偶数的一半加上偶数，再在末位补 0 即可。

+8÷2，添0
8 ×15= 12 | 0
△　△

+78÷2，添0
78 ×15= 117 | 0
△　△

+30÷2，添0
30 ×15= 45 | 0
△　△

+126÷2，添0
126 ×15= 189 | 0
△　△

+66÷2，添0
66 ×15= 99 | 0
△　△

+288÷2，添0
288 ×15= 432 | 0
△　△

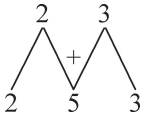


秘籍 3　多位“1”的乘法

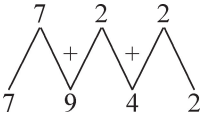
例 3　(1) 计算 23 ×11　722 ×11

分析　乘 11，两边一拉，中间相加。

23 ×11 = 253



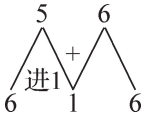
722 ×11 = 7942



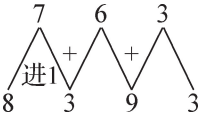
(2) 计算 56 ×11　763 ×11

分析　乘 11，两边一拉，中间相加，满十向前进 1。

56 ×11 = 616



763 ×11 = 8393



(3) 计算 14 ×111　26 ×1111

分析　乘多位 1，错位相加。

$14\times111=1554$

$$\begin{array}{r} 14 \\ 14 \\ +14 \\ \hline 1554 \end{array}$$

$26\times1111=28886$

$$\begin{array}{r} 26 \\ 26 \\ 26 \\ +26 \\ \hline 28886 \end{array}$$

秘籍4 乘法计算中的“好朋友”

例4 (1) 计算$2\times5\times19$　$25\times7\times4$　$125\times12\times8$　$16\times15\times625$

分析 $2\times5=10$，$4\times25=100$，$8\times125=1000$，$16\times625=10000$，这几个是乘法好朋友，根据乘法交换律和结合律，在算式中遇到好朋友可以好朋友优先算。

$2\times5\times19$
$=(2\times5)\times19$
$=10\times19$
$=190$

$25\times7\times4$
$=(25\times4)\times7$
$=100\times7$
$=700$

乘法好朋友：
2×5　=10
4×25　=100
8×125　=1000
16×625=10000



$125\times12\times8$
$=(125\times8)\times12$
$=1000\times12$
$=12000$

$16\times15\times625$
$=(16\times625)\times15$
$=10000\times15$
$=150000$

(2) 计算 25×8　125×32　625×64

分析 如果乘法算式中没有成对的好朋友，但有特殊数5，25，125，625，可以通过拆数凑出好朋友。

25×8
$=25\times4\times2$
$=100\times2$
$=200$

125×32
$=125\times8\times4$
$=1000\times4$
$=4000$

625×64
$=625\times16\times4$
$=10000\times4$
$=40000$

(3) 计算 $2\times4\times8\times5\times125\times25\times16$

分析 算式中5，25，125分别与2，4，8进行计算。

$2\times4\times8\times5\times125\times25\times16$
$=(2\times5)\times(4\times25)\times(8\times125)\times16$
$=10\times100\times1000\times16$
$=16000000$

秘籍5 末位“1”的乘法

例5 (1) 计算 13×21　51×18

分析 末位为1的数，都接近一个整十数、整百数、整千数，可以把它写成整十数、整百数、整千数加1，再进行计算。

13×21　　51×18

$=13\times(20+1)$　　$=(50+1)\times18$

$=13\times20+13\times1$　　$=50\times18+1\times18$

$=260+13$　　$=900+18$

$=273$　　$=918$



(2) 计算 25×401　　123×1001

分析

25×401　　123×1001

$=25\times(400+1)$　　$=123\times(1000+1)$

$=25\times400+25\times1$　　$=123\times1000+123\times1$

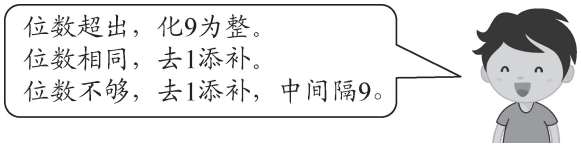
$=10000+25$　　$=123000+123$

$=10025$　　$=123123$

秘籍6　多位“9”的乘法

例6　(1) 计算 18×9　　27×9

分析　多位9，都接近一个整十数、整百数、整千数，可以把它写成整十数、整百数、整千数减1，再进行计算。



18×9　　27×9

$=18\times(10-1)$　　$=27\times(10-1)$

$=18\times10-18\times1$　　$=27\times10-27\times1$

$=180-18$　　$=270-27$

$=162$　　$=243$

(2) 计算 12×99　　766×999

分析　方法1：将多位9凑整。

12×99　　766×999

$=12\times(100-1)$　　$=766\times(1000-1)$

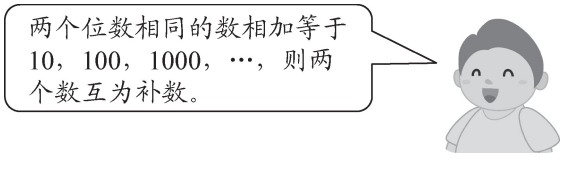
$=12\times100-12\times1$　　$=766\times1000-766\times1$

$=1200-12$　　$=766000-766$

$=1188$　　$=765234$

方法2：另一乘数与多位9的位数相同，直接去1添补。

12×99，12与99都是两位数。

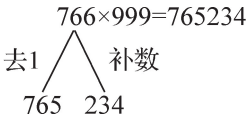


$12\times99=1188$

去1　补数

11　88

766×999，766与999都是三位数。



（3）计算 31×999　　54×999

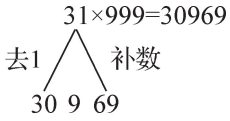
分析　方法1：将多位9凑整。

31×999
=31×(1000−1)
=31×1000−31×1
=31000−31
=30969

54×999
=54×(1000−1)
=54×1000−54×1
=54000−54
=53946

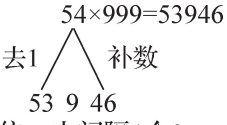
方法2：另一乘数比多位9位数少1位数，去1添补，中间隔9。

31×999，31比999少1位数。



少1位，中间隔1个9

54×999，54比999少1位数。



少1位，中间隔1个9

秘籍总结

1. 乘10，100，1000，…，数后补“0”。
 末位有“0”相乘，非0数优先算，在结果后补“0”。
2. 乘5，偶数乘5，去半添0。
 乘15，偶数乘15，加半添0。
3. 乘11，两边一拉，中间相加，满十向前进1。
 乘多位1，错位相加。
4. 乘法“好朋友”：2×5=10；4×25=100；8×125=1000；16×625=10000。
5. 末位1的乘法，化1为整。
6. 多位9，位数超出，化9为整。
 位数相同，去1添补。
 位数不够，去1添补，中间隔9。

秘籍修炼

练 1　计算 75 × 1000　　121 × 30　　320 × 200

练 2　计算 220 × 5　　680 × 5　　12 × 15　　320 × 15

练 3　计算 35 × 11　　467 × 11　　17 × 111

练 4　计算 18 × 4 × 25　　125 × 15 × 8　　72 × 125　　25 × 125 × 32

练 5　计算 53 × 31　　125 × 81

练 6　计算 123 × 9　　45 × 99　　38 × 999

第8讲　重叠数的计算

秘籍导航

认识什么是重叠数，学会重叠数的拆分，能够运用重叠数的拆分方法进行简便计算。

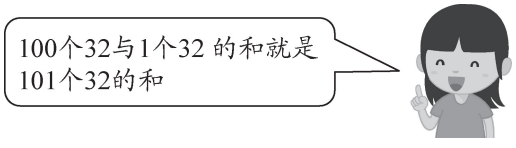
秘籍攻略

秘籍1　两位数重叠数

例1 （1）3232 = 32 ×（　　）

分析 观察3232这个数，这里32重叠了两次，变成了一个四位数，这样的数就叫重叠数。那么这个四位数就可以用32 × 101表示。想一想为什么可以这样呢？

3232 = 3200 + 32
= 32 × 100 + 32 × 1
= 32 ×（100 + 1）
= 32 × 101



（2）4545 =（　　）× 101

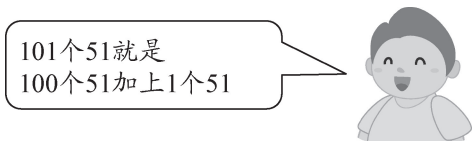
分析 通过观察发现4545这个数中，45重叠了两次，那么这个数就可以写成一个两位数乘以101的形式。

4545 = 45 × 100 + 45
= 45 ×（100 + 1）
= 45 × 101

（3）计算51 × 101

分析 根据上面两道例题可以看出一个两位数重叠了两次变成了一个四位数，那么这个四位数就可以用这个两位数乘101来表示，即$\overline{abab} = \overline{ab} \times 101$。反之一个两位数乘101，就可以得到这个两位数重叠两次的一个答案。想一想为什么会这样呢？

51 × 101 = 51 ×（100 + 1）
= 51 × 100 + 51 × 1
= 5100 + 51
= 5151



（4）计算27 × 101

分析 27 × 101 = 27 ×（100 + 1）
= 27 × 100 + 27 × 1
= 2700 + 27
= 2727

根据$\overline{abab}=\overline{ab}\times101$，逆向运用可得$27\times101=2727$。

秘籍2　多位数重叠数

例2　(1) $127127=127\times(\quad)$

分析　这个数和刚才的数有什么不同？这是一个三位数重叠两次成了一个六位数，这个六位数是127与哪个数的积呢？

$$\begin{aligned}127127&=127000+127\\&=127\times1000+127\times1\\&=127\times(1000+1)\\&=127\times\underline{1001}\end{aligned}$$

(2) $235235=(\quad)\times1001$

分析　如果一个重叠数由三位数重叠了两次而成，那么这个重叠数就可以写成$\overline{abcabc}=\overline{abc}\times1001$的形式。

$235235=\underline{235}\times1001$

(3) $389\times1001=$

分析　根据例2的(1)，(2)两题可以发现，一个由三位数重叠了两次形成的六位数，可以用这个三位数乘1001来表示，即$\overline{abcabc}=\overline{abc}\times1001$。反之，一个三位数乘1001，就可以得到这个三位数重叠两次形成的六位数。想一想，为什么？

$$\begin{aligned}389\times1001&=389\times(1000+1)\\&=389\times1000+389\times1\\&=389000+389\\&=389389\end{aligned}$$

(4) 计算1257×10001

分析　通过观察发现这是一个四位数乘10001，通过以上题目可以看出一个规律，1257是四位数，而10001中间是三个0，恰好符合重叠数的特点，所以可以直接写成$1257\times10001=12571257$。

小结　两位数的重叠数是两位数乘101，三位数的重叠数是三位数乘1001，四位数的重叠数是四位数乘10001，以此类推，五位数、六位数的重叠数也就好计算了。

$\overline{abab}=\overline{ab}\times101$
$\overline{abcabc}=\overline{abc}\times1001$
$\overline{abcdabcd}=\overline{abcd}\times10001$



秘籍3　两位数多次重叠数

例3　(1) $323232=32\times(\quad)$

分析　观察可以发现，这个六位数中32重叠出现了三次，那么就可以用32乘10101表示。

$$323232 = 320000 + 3200 + 32$$
$$= 32 \times 10000 + 32 \times 100 + 32 \times 1$$
$$= 32 \times (10000 + 100 + 1)$$
$$= 32 \times \underline{10101}$$

(2) $242424 = (\quad) \times 10101$

分析 $242424 = 240000 + 2400 + 24$
$$= \underline{24} \times 10000 + \underline{24} \times 100 + \underline{24} \times 1$$
$$= \underline{24} \times (10000 + 100 + 1)$$
$$= \underline{24} \times 10101$$

(3) $27272727 = 27 \times (\quad)$

分析 通过观察可以发现这个重叠数是由 27 重叠了四次写成的,那么根据前面的方法就可以拆成 27×1010101。

小结 一个多位数如果是一个两位数的多次重叠,首先要找到重叠了几次,有几次就有几个 1,然后在 1 之间添上 1 个 0,用得到的数乘这个两位数就可以把这个重叠数拆开了。

(4) 计算 15×10101

分析 $15 \times 10101 = 15 \times (10000 + 100 + 1)$
$$= 15 \times 10000 + 15 \times 100 + 15$$
$$= 150000 + 1500 + 15$$
$$= 151515$$

注意 有几个 1,这个两位数就重叠几次,1 和 1 之间是 1 个 0。

秘籍 4 多位数多次重叠数

例 4 (1) $547547547 = 547 \times (\quad)$

分析 可以看出这个数是 547 重叠了三次而成的,那么它就可以用 547×1001001 来拆。

$$547547547 = 547000000 + 547000 + 547$$
$$= 547 \times 1000000 + 547 \times 1000 + 547 \times 1$$
$$= 547 \times (1000000 + 1000 + 1)$$
$$= 547 \times 1001001$$

(2) $123123123123 = (\quad) \times 1001001001$

分析 这里 123 出现了三次,可以用 123 乘 1001001 来表示,123 出现了四次,就可以用 123 乘 1001001001 来表示,重叠数重叠几次就有几个 1。如果重叠的是三位数,那么两个 1 之间就有 2 个 0,重叠的是四位数,那么两个 1 之间就有 3 个 0,即 0 的个数总比重叠的数少一位,所以 $123123123123 = 123 \times 1001001001$。

秘籍5　隐秘重叠数

例5　(1) $2412=12\times201$

分析　这里前两位24刚好是后两位12的2倍,这也可以用重叠数的方法来拆分。

$$\begin{aligned}\boxed{24}\boxed{12}&=2400+12\\&=2\times12\times100+12\times1\\&=12\times(2\times100+1)\\&=12\times(200+1)\\&=12\times201\end{aligned}$$

(2) $121242=121\times1002$

分析

$$\begin{aligned}\boxed{121}\boxed{242}&=121000+242\\&=121\times1000+121\times2\\&=121\times(1000+2)\\&=121\times1002\end{aligned}$$

(3) $32\times30201=966432$

分析　$32\times30201=\boxed{96}\boxed{64}\boxed{32}$

3×32　2×32　1×32

小结　像这样有倍数关系的也可以用重叠数的方法进行计算。

秘籍6　重叠数的计算

例6　(1) 计算 $12121212\times9797-97979797\times1212$

分析

$$\begin{aligned}\text{原式}&=\underline{12}\,\underline{12}\,\underline{12}\,\underline{12}\times\underline{97}\,\underline{97}-\underline{97}\,\underline{97}\,\underline{97}\,\underline{97}\times\underline{12}\,\underline{12}\\&=12\times1010101\times97\times101-97\times1010101\times12\times101\\&=0\end{aligned}$$

对于重叠数的计算,可以根据前面的秘籍中的方法把重叠数拆分开来,拆分后不要计算,而是观察前后乘数,发现乘数彼此一样,直接得0。

(2) 计算 $20142014\times2015-2014\times20152015$

$$\begin{aligned}&=2014\times10001\times2015-2014\times2015\times10001\\&=0\end{aligned}$$

秘籍总结

$\overline{abab}=\overline{ab}\times101$

$\overline{ababab}=\overline{ab}\times10101$

$\overline{abcabc}=\overline{abc}\times1001$

$\overline{abcabcabc}=\overline{abc}\times1001001$

在重叠数的计算中,正向分解,反向计算,要灵活运用。

秘籍修炼

练 1 计算(1)4141 = (2)2020 =

(3)28 × 101 = (4)101 × 32 =

练 2 计算(1)124124 = (2)230230 =

(3)1001 × 931 = (4)420 × 1001 =

练 3 计算(1)393939 = (2)21212121 =

(3)19 × 1010101 = (4)101010101 × 22 =

练 4 计算(1)272272272 = (2)112411241124 =

(3)235 × 1001001 = (4)521 × () = 521521521

练 5 计算(1)2163 = (2)31 × 201 =

练 6 计算(1)28282828 × 4242 − 42424242 × 2828

(2)20082008 × 2014 − 2008 × 20142014

第9讲　位值原理在计算中的应用

秘籍导航

理解位值原理的意义，数字在不同数位代表的大小不同，并利用位值原理进行巧算。

秘籍攻略

秘籍1　位值原理

例1　填空：

(1) $365=(\quad)\times100+(\quad)\times10+(\quad)\times1$

(2) $20220=2\times(\quad)+2\times(\quad)+2\times(\quad)$

(3) $\overline{abcd}=a\times(\quad)+b\times(\quad)+c\times(\quad)+d\times(\quad)$

(4) $\overline{9a8b7}=a\times(\quad)+b\times(\quad)+90807$

分析　一个数字在不同的数位上，所代表的意义和大小是不一样的。

(1) 3　6　5

(2) 10000　100　10

(3) 1000　100　10　1

(4) 1000　10



秘籍2　利用位值原理巧算

例2　(1) 计算 $123+231+312$

分析　因为 $\overline{abc}=100a+10b+c$

$\overline{bca}=100b+10c+a$

$\overline{cab}=100c+10a+b$

$\overline{abc}+\overline{bca}+\overline{cab}=100a+10b+c+100b+10c+a+100c+10a+b$

$=111a+111b+111c$

$=111\times(a+b+c)$

所以 $123+231+312=111\times(1+2+3)$

$=666$。

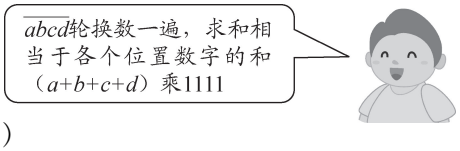


(2) 计算 $136+361+613$

分析　因为 $\overline{abc}+\overline{bca}+\overline{cab}=111\times(a+b+c)$

所以 $136+361+613=111\times(1+3+6)$

$=1110$。



(3) 计算 $1234+2341+3412+4123$

分析 根据位值原理，$\overline{abcd}+\overline{bcda}+\overline{cdab}+\overline{dabc}=1111\times(a+b+c+d)$

所以 $1234+2341+3412+4123=1111\times(1+2+3+4)=11110$。

例 3 (1) 计算 $12345+23451+34512+45123+51234$

分析 $\overline{abcde}+\overline{bcdea}+\overline{cdeab}+\overline{deabc}+\overline{eabcd}=11111\times(a+b+c+d+e)$

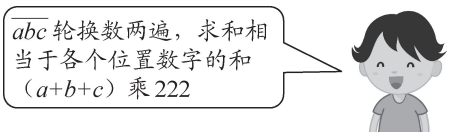
所以 $12345+23451+34512+45123+51234=11111\times(1+2+3+4+5)=166665$。

(2) 计算 $15789+57891+78915+89157+91578$

分析 $\overline{abcde}+\overline{bcdea}+\overline{cdeab}+\overline{deabc}+\overline{eabcd}=11111\times(a+b+c+d+e)$

所以 $15789+57891+78915+89157+91578=11111\times(1+5+7+8+9)=333330$。

例 4 (1) 计算 $136+163+316+361+613+631$



分析 $\overline{abc}+\overline{acb}+\overline{bac}+\overline{bca}+\overline{cab}+\overline{cba}$

$=222\times(a+b+c)$

所以 $136+163+316+361+613+631=222\times(1+3+6)=2220$。

(2) 计算 $235+253+325+352+523+532$

分析 $\overline{abc}+\overline{acb}+\overline{bac}+\overline{bca}+\overline{cab}+\overline{cba}=222\times(a+b+c)$

所以 $235+253+325+352+523+532=222\times(2+3+5)=2220$。

(3) 计算 $389+398+839+893+938+983$

分析 $\overline{abc}+\overline{acb}+\overline{bac}+\overline{bca}+\overline{cab}+\overline{cba}=222\times(a+b+c)$

所以 $389+398+839+893+938+983=222\times(3+8+9)=4440$。

例 5 (1) 计算 $123+132+213+231+312+321$

分析 $\overline{abc}+\overline{acb}+\overline{bac}+\overline{bca}+\overline{cab}+\overline{cba}=222\times(a+b+c)$

所以 $123+132+213+231+312+321=222\times(1+2+3)=1332$。

(2) 计算 $567+576+657+675+756+765$

分析 $\overline{abc}+\overline{acb}+\overline{bac}+\overline{bca}+\overline{cab}+\overline{cba}=222\times(a+b+c)$

所以 $567+576+657+675+756+765=222\times(5+6+7)=3996$。

例 6 (1) 用数字 2，3，4 各一个可以组成一组三位数，所有这样的三位数之和是多少？

分析 $\overline{abc}+\overline{acb}+\overline{bac}+\overline{bca}+\overline{cab}+\overline{cba}$

$=222\times(a+b+c)$



所以 $234+243+324+342+423+432=222\times(2+3+4)=1998$。

(2) 三个互不相同的数字，可以组成 6 个不同的三位数，知道这 6 个三位数的和为 2886，那么这三个数字的和为多少？

分析 $\overline{abc}+\overline{acb}+\overline{bac}+\overline{bca}+\overline{cab}+\overline{cba}=222\times(a+b+c)$

所以 $222\times(a+b+c)=2886$，即 $a+b+c=13$。

秘籍总结

数字和数位，共同定大小。
拆分一个数，数位要展开。
可以全拆开，也可部分拆。

秘籍修炼

练 1　(1) $31624 = 3 \times (\quad) + 1 \times (\quad) + 6 \times (\quad) + 2 \times (\quad) + 4 \times (\quad)$

(2) $\overline{aabb} = (\quad) \times a + (\quad) \times b$

练 2　计算 $147 + 471 + 714$

练 3　计算 $14678 + 46781 + 67814 + 78146 + 81467$

练 4　计算 $346 + 364 + 436 + 463 + 634 + 643$

练 5　计算 $618 + 681 + 186 + 168 + 816 + 861$

练 6　三个互不相同的数字，可以组成 6 个不同的三位数，已知这 6 个三位数的和为 3330，那么这三个数字的和为(　　)。

第10讲　定义新运算

秘籍导航

定义新运算是指用一个符号和已知运算表达式表示一种新的运算，解答这类题目的关键是理解新定义，严格按照新定义的式子代入数值，把定义的新运算转化成我们熟悉的四则运算。

秘籍攻略

秘籍1　直接运算型

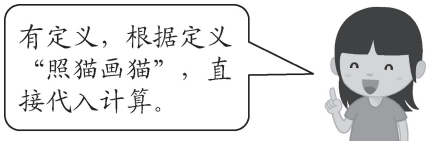
例1　a，b 为两个自然数。

(1) $a\&b=(a+b)\div 2$，那么 $10\&16=?$

$16\&10=?$

(2) 如果 $a※b=3a+2b$，计算 $7※5$，$5※7$。

(3) 如果 $a◇b=5a-b\div 3$，计算 $6◇3$，$3◇6$。



分析　(1) 由题中的新运算算式可知，“&”表示将 & 前后两数相加的和除以 2。

$10\&16$　　$16\&10$

$=(10+16)\div 2$　　$=(16+10)\div 2$

$=13$　　$=13$

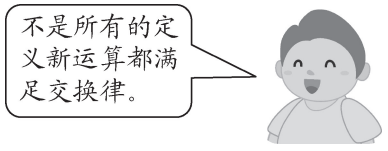
(2) 由新运算算式可知，“※”表示把※前面的数乘 3，再把※后面的数乘 2，最后把两个乘积相加。

$7※5$　　$5※7$

$=3\times 7+2\times 5$　　$=3\times 5+2\times 7$

$=31$　　$=29$

(3) 由新运算算式可知，“◇”表示把◇前面的数乘 5，再用◇后面的数除以 3，最后相减，所以 $6◇3=5\times 6-3\div 3=29$，$3◇6=5\times 3-6\div 3=13$。



例2　定义新运算为 $a△b=(a+3)\div b$。

(1) 计算 $51△(3△3)$ 和 $(51△3)△3$ 的值。

(2) 计算 $(12△3)△(21△6)$ 的值。

分析　新定义运算进行计算时如果遇到有括号的，要先计算括号里的。

(1)由 $a△b=(a+3)÷b$ 得：

$3△3$
$=(3+3)÷3$
$=6÷3$
$=2$

$51△3$
$=(51+3)÷3$
$=18$

$51△(3△3)$
$=51△2$
$=(51+3)÷2$
$=27$

$(51△3)△3$
$=18△3$
$=(18+3)÷3$
$=7$



(2)由 $a△b=(a+3)÷b$ 得：

$12△3$
$=(12+3)÷3$
$=15÷3$
$=5$

$21△6$
$=(21+3)÷6$
$=24÷6$
$=4$

$(12△3)△(21△6)$
$=5△4$
$=(5+3)÷4$
$=2$

例3　规定符号“¤”为选择两数中较大数的运算，如 $7¤9=9¤7=9$；“☆”为选择两数中较小数的运算，如 $2☆6=6☆2=2$。

(1) $(5¤27)×(3☆14)$

(2) $(12¤8-7¤5)×(8☆9-4☆5)$

(3) $[(3¤7)☆10]×[5¤(6☆9)]$

分析　(1)新定义运算进行计算时如果遇到有括号的，要先计算括号里的。

$(5¤27)×(3☆14)$
$=27×3$
$=81$

(2)　$(12¤8-7¤5)×(8☆9-4☆5)$
$=(12-7)×(8-4)$
$=5×4$
$=20$

(3)新定义运算进行计算时如果遇到有括号的，要先计算小括号里的，再计算中括号里的。

$[(3¤7)☆10]×[5¤(6☆9)]$
$=[7☆10]×[5¤6]$
$=7×6$
$=42$

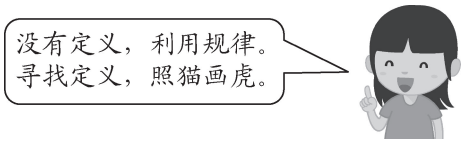
例4　“学”，“而”，“思”三个字的四角号码分别是“9040”，“1022”和“6033”，将“学而思”的编码取为 904010226033，如果这个编码从左起的奇数位的数码不变，偶数位的数

码变为9的补码，例如，0变9，1变8等，那么“学而思”新的编码是(　　)。

分析 自左至右偶数位依次为0，0，0，2，0，3，它们关于9的补码自左至右依次为9，9，9，7，9，6，奇数位不变，所以“学而思”新的编码是994919276936。

秘籍2 观察规律型

例5 (1) 如果3※2 = 3 + 33 = 36，2※3 = 2 + 22 + 222 = 246，1※4 = 1 + 11 + 111 + 1111 = 1234，那么4※6 = ？



分析 通过观察发现a※b中的b表示加数的个数，每个加数数位上的数字都由a组成，都由一个数位依次增加到b个数位。

4※6
= 4 + 44 + 444 + 4444 + 44444 + 444444
= 493824

(2) 有一种数学运算符号◎使下列算式成立，2◎4 = 8，5◎3 = 13，9◎7 = 25，那么7◎3 = ？

分析 通过观察发现：

2◎4	5◎3	9◎7
= 2 × 2 + 4	= 5 × 2 + 3	= 9 × 2 + 7
= 8	= 13	= 25

找到规律a◎b = 2a + b，所以

7◎3
= 7 × 2 + 3
= 17

例6 猫和老鼠在一起时，猫要吃掉老鼠，所以关于老鼠及猫，我们规定一种运算，用符号△表示，老鼠△老鼠 = 老鼠；老鼠△猫 = 猫；猫△老鼠 = 猫；猫△猫 = 猫。以上运算的意思是老鼠与老鼠在一起还是老鼠，猫与猫在一起还是猫，但是猫与老鼠在一起便只剩下猫了。小老鼠总是希望能战胜猫，所以我们规定另一种运算，用符号☆表示，老鼠☆老鼠 = 老鼠；老鼠☆猫 = 老鼠。猫☆老鼠 = 老鼠，猫☆猫 = 猫。这个运算的意思是老鼠与老鼠在一起还是老鼠，猫与猫在一起还是猫，但由于老鼠能战胜猫，当猫与老鼠在一起时，它便被老鼠赶走而只剩下老鼠了。对老鼠或猫，可以用上面规定的运算做混合运算，混合运算的法则是从左到右，括号内先算。运算的结果或是老鼠，或是猫。求下式的结果。

老鼠△(猫☆老鼠)☆老鼠△(猫△猫)

分析 通过观察可以得到，

老鼠△(猫☆老鼠)☆老鼠△(猫△猫)
= 老鼠△老鼠☆老鼠△猫

= 老鼠☆老鼠△猫
= 老鼠△猫
= 猫

秘籍总结

有定义，照猫画猫。
没有定义，利用规律寻找定义，照猫画虎。

秘籍修炼

练 1　(1) a，b 为两个自然数，如果 $a※b=5a+2b$，计算 $18※10$。

(2) 如果 $a※b=3\times a-b\div 3$，那么 $12※6=?$

练 2　(1) $a○b=a\times a-2\times b$，那么 $5○6=?$　$(5○2)○3=?$

(2) 规定 $x◎y=(x+4)\times(y-2)$，$6◎(8◎9)=?$

练 3　我们规定 $A○B$ 表示 A、B 中较大的数，$A△B$ 表示 A、B 中较小的数，计算下面各式。
(1) $(10△8-6△5)\times(11○13+15△20)$

(2) $(8○2)\times(4△5)-(5○3+12○9)$

练 4 “好”,“学”,“生”三个字的四角号码分别是“4744”,“9040”和“2510”,将“好学生”的编码取为 474490402510,如果这个编码从左起的偶数位的数码不变,奇数位的数码改变为关于 9 的补码,例如,0 变 9,1 变 8 等,那么“好学生”新的编码是多少?

练 5 (1)已知 1◎4 = 1 + 2 + 3 + 4,4◎5 = 4 + 5 + 6 + 7 + 8,按此规定,2001◎5 = ?

(2)如果 2※4 = 2345,5※3 = 567,7※2 = 78,那么(4※6) - (3※5) = ?

(3)如果 1◎3 = 1 × 2 × 3,5◎4 = 5 × 6 × 7 × 8,那么(9◎6) ÷ (8◎4) = ?

练 6 一般我们都认为手枪指向谁,谁是有危险的,下面的规则同学们能看懂吗?

规定警察 小偷 = 警察,警察  小偷 = 小偷,那么(猎人 小兔)  (山羊  小狗) = ?

第11讲　数字谜

秘籍导航

巧填方框里的数，通过加减法的运算法则，把不完整的算式补充完整。

巧解数字谜，通过找关键位置进行突破，推理出不同的汉字或字母表示的数，使算式成立。

秘籍攻略

秘籍1　金三角

例1　将1～9九个数字分别填入下面四个算式的九个□中，数字不能重复，使得四个等式都成立。

□＋□＝6　　□－□＝6　　□×□＝8　　□□÷□＝8

分析　共四个不同的算式，可以从答案少的算式入手，一般选乘法与除法，乘法算式两个一位数相乘等于8，只有1×8＝8和2×4＝8两种情况，逐一验证，如果乘法选择1×8＝8，那么加法算式只有2＋4＝6，减法算式只有9－3＝6，最后除法为56÷7＝8，成立；同理，如果乘法选择2×4＝8，加法只能是1＋5＝6，减法为9－3＝6，最后除法无答案，不成立。

$\boxed{2}+\boxed{4}=6$　　$\boxed{9}-\boxed{3}=6$　　$\boxed{1}\times\boxed{8}=8$　　$\boxed{5}\boxed{6}\div\boxed{7}=8$

例2　(1) 请在空格处填入合适的数字，使得算式成立。

$$\begin{array}{r} \boxed{9} \\ +\ \square\square \\ \hline \square\square\ 2 \end{array}$$

分析　方法1：首位分析法。一位数加两位数等于三位数，三位数的百位由进位得到，为1。两位数的十位要想向百位进位，只有9加上进位1，所以加数十位为9，结果为102，从而得到加数个位为3。

方法2：末位分析法。只有9＋3＝12，加数个位为3，且向十位进1，十位加进位1要继续向百位进位，只有9＋1＝10，所以加数为93，结果为102。

$$\begin{array}{r} 9 \\ +\ 93 \\ \hline 102 \end{array}$$　（$\begin{array}{r} +\ 9 \\ \hline 10 \end{array}$ 为加法金三角）

(2) 请在空格处填入合适的数字，使得算式成立。

$$\begin{array}{r} \square\square\ 1 \\ -\ \square\square \\ \hline 3 \end{array}$$

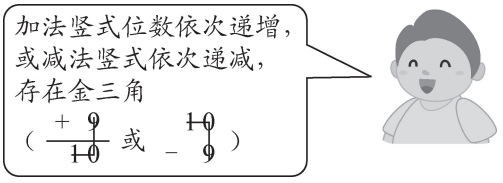
分析 采用首位分析法。一个三位数减去一个两位数，结果等于3，三位数的百位要借给十位，所以百位为1。十位是十几减一个一位数等于0，并且个位要向十位借位，所以被减数十位为0，减数十位为9，减数个位为8。

$$\begin{array}{r} \cancel{1}\,\cancel{0}\,1 \\ -\ 9\,8 \\ \hline 3 \end{array}$$

（$\begin{array}{r} \cancel{1}\,\cancel{0} \\ -\ 9 \end{array}$ 为减法金三角）

(3) 请在空格处填入适当的数字，使得图中的加法竖式成立。

$$\begin{array}{r} \square\ 8\ \square \\ +\ \square\ 6\ \square\ 3 \\ \hline \square\square\ 1\ 2\ 8 \end{array}$$



分析 采用末位分析法。个位5＋3＝8，十位8＋4＝12并向百位进1，百位4＋6＋进位1等于11，千位9加进位1等于10。

$$\begin{array}{r} 4\ 8\ 5 \\ +\ 9\ 6\ 4\ 3 \\ \hline \cancel{1}\,\cancel{0}\ 1\ 2\ 8 \end{array}$$

（$\begin{array}{r} +\ 9 \\ \hline \cancel{1}\,\cancel{0} \end{array}$ 为金三角）

例3 在下面算式的空格内，各填入一个合适的数字，使得算式成立。

$$\begin{array}{r} \square\ 1 \\ +\ \square\ 9\ \square \\ \hline \square\square\ 9\ \square \\ -\ \square\square\square \\ \hline \square\ 4 \end{array}$$

分析 采用首位分析法，存在金三角，可直接填入。

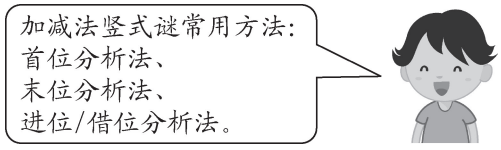
$$\begin{array}{r} \square\ 1 \\ +\ \boxed{9}\ 9\ \square \\ \hline \boxed{1}\boxed{0}\ 9\ \square \\ -\ \square\square\square \\ \hline \square\ 4 \end{array}$$

然后看十位，□＋9＝9，因为□作为首位不能为0，所以一定是□＋9＋进位1等于19，所以加数的十位是9，个位要向十位进1，只有1＋9＝10。

$$\begin{array}{r} \boxed{9}\ 1 \\ +\ \boxed{9}\ 9\ \boxed{9} \\ \hline \boxed{1}\boxed{0}\ 9\ \boxed{0} \\ -\ \square\square\square \\ \hline \square\ 4 \end{array}$$

接下来看下面减法竖式，个位 10 − 6 = 4，十位被个位借走 1，还需要向百位借位，只有 18 − 9 = 9。

```
    [9] 1
+ [9] 9 [9]
-------------
[1] [0] 9 [0]
  - [9] [9] [6]
-------------
      [9] 4
```



秘籍2　首末位分析法

例 4　(1) 下面的字母各代表什么，算式才能成立？

```
      A
    B A
  C B A
+ D C B A
---------
  2 0 1 2
```

分析　采用末位分析法。个位 3 + 3 + 3 + 3 = 12 或 8 + 8 + 8 + 8 = 32，如果 A = 3，十位B + B + B = 10 或 20，不成立，所以 A = 8，向十位进 3，十位 B + B + B = 18，B = 6，并向百位进 2，百位 C + C = 8，C = 4，并向千位进 1，所以千位 D = 1。

```
      8
    6 8
  4 6 8
+ 1 4 6 8
---------
  2 0 1 2
```

(2) 不同的字母代表不同的数字，下面竖式中 A + B + C + D + E + F + G = (　　)。

```
    A B C
+ D E F G
---------
  2 0 0 1
```

分析　采用首位分析法。加数千位 D = 2 或 1，如果是 2，百位 A + E = 0，不成立，所以D = 1，且百位向千位进 1，同理十位向百位进 1，个位向十位进 1，从而得到 A + E = 9，B + F = 9，C + G = 11，所以 A + B + C + D + E + F + G = 9 + 9 + 11 + 1 = 30。

秘籍3　进位、借位分析法

例 5　下列算式中不同的字母代表不同的数字，求出下列字母所代表的数字。

```
  A B 8 B
-   A 9 C
---------
    8 8 8
```

分析 可以将减法竖式先转化为加法竖式。

$$\begin{array}{r} 8\ 8\ 8 \\ +\ A\ 9\ C \\ \hline A\ B\ 8\ B \end{array}$$

采用首位分析法。千位 A 是百位进位得到的，所以 A = 1，从而百位 8 + 1 + 进位 1 = 10，B = 0，个位 8 + C = 10，C = 2。

$$\begin{array}{r} 8\ 8\ 8 \\ +\ 1\ 9\ 2 \\ \hline 1\ 0\ 8\ 0 \end{array}$$

例 6 在下面两个算式中，相同的字母代表相同的数字，不同的字母代表不同的数字，那么四位数$\overline{ABCD}$是多少？

$$\begin{array}{r} A\ B\ C\ D \\ -\ E\ F\ G\ H \\ \hline 2\ 0\ 0\ 8 \end{array} \qquad \begin{array}{r} A\ E\ F\ G \\ -\ E\ F\ G\ H \\ \hline 2\ 4\ 2\ 4 \end{array}$$

分析 先将减法竖式转化为加法竖式

$$\begin{array}{r} 2\ 0\ 0\ 8 \\ +\ E\ F\ G\ H \\ \hline A\ B\ C\ D \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2\ 4\ 2\ 4 \\ +\ E\ F\ G\ H \\ \hline A\ E\ F\ G \end{array}$$

采用进位分析法。第一个竖式中，因为不同的字母代表不同的数字，通过个位、十位、百位分析得出个位一定向十位进 1，十位向百位进 1，而十位为 0 + G + 进位 1 要等于十几，所以 G = 9，C = 0，结合第二个竖式，个位 4 + H = 9，H = 5，十位 2 + 9 = 11，F = 1，百位 4 + F + 进位 1 = 6，E = 6，千位 2 + 6 = 8，A = 8，第一个竖式个位 8 + 5 = 13，D = 3，百位 0 + 1 + 进位 1 = 2，B = 2，所以得到$\overline{ABCD}$ = 8203。

$$\begin{array}{r} 8\ 2\ 0\ 3 \\ -\ 6\ 1\ 9\ 5 \\ \hline 2\ 0\ 0\ 8 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8\ 6\ 1\ 9 \\ -\ 6\ 1\ 9\ 5 \\ \hline 2\ 4\ 2\ 4 \end{array}$$

秘籍总结

加减法竖式谜常用方法：首位分析法、末位分析法、进位/借位分析法。

秘籍修炼

练 1 将数字 0，1，3，4，5，6 填入下面的□内，使等式成立，每个空格只填入一个数字，并且所填的数字不能重复。

□ × □ = □2 = □□ ÷ □

练 2　在图中的空格内填上适当的数字，使竖式成立。

(1)
$$\begin{array}{r} \square\,7\,\square \\ +\ \square\,4\,\square\,3 \\ \hline \square\square\,2\,3\,7 \end{array}$$

(2)
$$\begin{array}{r} \square\square\,2\,4 \\ -\ \quad\square\,5\,\square \\ \hline \quad\quad\square\,8 \end{array}$$

练 3　在图中的空格内填上适当的数字，使竖式成立。

$$\begin{array}{r} \square\,2\,\square \\ -\ \square\square\,5 \\ \hline 7\,3\,7 \\ +\ \square\,8\,\square \\ \hline \square\,0\,\square\,8 \end{array}$$

练 4　(1)下面算式中，相同的汉字代表相同的数字，不同的汉字代表不同的数字。

求三＋年＋级＋计＋算＋秘＋籍＝

$$\begin{array}{r} 三\,年\,级 \\ +\ 计\,算\,秘\,籍 \\ \hline 2\,0\,0\,7 \end{array}$$

(2)下面加法算式中的每个图形表示一个数字，请你把这些图形表示的数字写出来。

$$\begin{array}{r} \quad\quad\quad\triangle \\ \quad\quad\square\,\triangle \\ \quad\quad\bigcirc\,\square\,\triangle \\ +\ \star\,\bigcirc\,\square\,\triangle \\ \hline 2\,0\,0\,8 \end{array}$$

练 5　下面竖式中的每个图形表示一个数字，请你把这些图形表示的数字写出来。

$$\begin{array}{r} \triangle\,\star\,6\,\triangle \\ -\ \quad\bigcirc\,\bigcirc\,\star \\ \hline \quad\triangle\,\bigcirc\,\triangle \end{array}$$

练 6　在下面的两个加法竖式中，相同的汉字代表相同的数字，不同的汉字代表不同的数字，请问学习好玩的语文代表的七位数是多少？

$$\begin{array}{r} 学\,习\,好\,玩 \\ +\ \quad 的\,语\,文 \\ \hline 2\,0\,0\,8 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 玩\,好\,习\,学 \\ +\ \quad 文\,语\,的 \\ \hline 3\,9\,8\,8 \end{array}$$

第12讲　综合练习

秘籍导航

整个三年级常用巧算技巧的复习运用。

秘籍攻略

秘籍1　凑整法

例1 (1) 计算 216 + 531 − 98 + 184 − 102

分析 216 与 184 是一对好朋友相加凑 400，98 与 102 是一对好朋友相加凑 200。

原式 = (216 + 184) + 531 − (98 + 102)

= 400 + 531 − 200

= 731

(2) 计算 367 + 358 + 362 + 355 + 363 + 360

分析 算式中的每一个数都接近 360，可以把每一个数都看作 360，变加为乘，再处理较小的数。

原式 = (360 + 7) + (360 − 2) + (360 + 2) + (360 − 5) + (360 + 3) + 360

= 360 × 6 + 7 − 2 + 2 − 5 + 3

= 2160 + 5

= 2165

(3) 计算 8 + 98 + 998 + 9998 + 99998

分析 8 接近 10，98 接近 100，998 接近 1000，9998 接近 10000，99998 接近 100000，分别凑整再相加。

原式 = (10 − 2) + (100 − 2) + (1000 − 2) + (10000 − 2) + (100000 − 2)

= 10 + 100 + 1000 + 10000 + 100000 − 10

= 111110 − 10

= 111100

例2 (1) 计算 125 × 88

分析 125 的好朋友是 8，可拆数凑整。

原式 = 125 × 8 × 11

= 1000 × 11

= 11000

(2) 计算 16 × 25 × 125 × 4 × 32

分析 有特殊数 25，125，可以分别找到好朋友 4 和 8。

原式 = 2 × 8 × 25 × 125 × 4 × 32

= 2 × (8 × 125) × (25 × 4) × 32

$=1000\times100\times2\times32$

$=6400000$

秘籍2　数列

例3　(1) 计算 $121+123+125+127+129$

分析　式子中5个数成等差数列，项数为5，为奇数项，可以用中项定理求和。

原式 $=125\times5$

$=625$

(2) 计算 $52+54+56+\cdots+100$

分析　等差数列想要求和，需要知道首项、末项及项数，此题中项数没有直接给出，需要先求项数。

项数：$(100-52)\div2+1$

$=48\div2+1$

$=25$

和：$(52+100)\times25\div2$

$=1900$

例4　(1) 计算 $1+2+3+4+\cdots+49+50+49+48+\cdots+11+10$

分析　1连续上升到50再连续下降到1，为金字塔数列，和 = 中间数 × 中间数，此题缺少 $9+8+\cdots+2+1$，可以先补后减。

$1+2+3+4+\cdots49+50+49+48+\cdots+3+2+1-(9+8+\cdots+2+1)$

$=50\times50-(9+8+\cdots+2+1)$

$=2500-45$

$=2455$

(2) 计算 $1+3+5+7+9+\cdots+999$

分析　从1开始的连续奇数，和 = 项数 × 项数，所以先求项数，再求和。

项数：$(999-1)\div2+1$

$=998\div2+1$

$=500$

和：$1+3+5+7+9+\cdots+999$

$=500\times500$

$=250000$

秘籍3　运算定律

例5　(1) 计算 $125\times(80+8-4)$

分析　根据乘法分配律进行计算。

原式 = 125 × 80 + 125 × 8 − 125 × 4
= 10000 + 1000 − 500
= 10500

(2) 计算 25 × 104

分析 104 接近 100,可以写成 100 + 4,然后利用乘法分配律计算。

原式 = 25 × (100 + 4)
= 25 × 100 + 25 × 4
= 2500 + 100
= 2600

(3) 计算 25 × 96

分析 96 接近 100,可以写成 100 − 4,然后利用乘法分配律计算。

原式 = 25 × (100 − 4)
= 25 × 100 − 25 × 4
= 2500 − 100
= 2400

例 6 (1) 计算 63 × 101

分析 遇到重叠数可以直接填出结果。

63 × 101 = 6363

(2) 计算 26 × 99

分析 多位 9 的巧算,“位数相同,去 1 添补”。

26 × 99 = 2574

(3) 计算 72 × 15

分析 偶数乘 15,加半添 0。

72 × 15 = 1080

(4) 计算 35 × 101 × 11

分析 先用重叠数的计算方法求出 35 × 101,然后结果再用 11 的巧算“两边一拉,中间相加”。

原式 = 3535 × 11
= 38885

秘籍 4 计算推理

例 7 下面竖式中每一个汉字分别代表多少?(不同的汉字代表不同的数字,相同的汉字代表相同的数字。)

好 啊 好
+ 真 是 好
真 是 好 啊

分析　由于是三位数加三位数，其和为四位数，所以“真”=1，由于十位最多向百位进1，因而百位上的“是”=0，“好”=8或9。

若“好”=8，个位上因为8+8=16，所以“啊”=6；十位上，由于6+0+1=7≠8，所以“好”≠8。

若“好”=9，个位上因为9+9=18，所以“啊”=8；十位上，8+0+1=9；百位上，9+1=10，恰好成立，所以，真=1，是=0，好=9，啊=8。

$$\begin{array}{r} 9\ 8\ 9 \\ +\ 1\ 0\ 9 \\ \hline 1\ 0\ 9\ 8 \end{array}$$

例8　如果1※3=123，2※4=2345，6※2=67，那么(5※4)-(6※3)=？

分析　根据1※3=123，2※4=2345，6※2=67，可找到规律：※之前的数字表示最高位数字，从它开始连续递增，※后面的数字表示所有数字的个数。

(5※4)-(6※3)

=5678-678

=5000

秘籍总结

凑整(加法凑整、减法凑整、乘法凑整)、运算定律(乘法分配律)、特殊数列(等差数列、奇数列、金字塔数列)、特殊数(5、15、11、101、99)、计算推理(数字谜、定义新运算)。

秘籍修炼

练1　计算(1)(1350+249+468)+(251+332+1650)

(2)399+403+297-501

练2　计算64×125×25×8

练3　计算(1)11+15+19+23+27+31

(2)201 +204 +207 +210 +213

练 4 计算(1)1 +3 +5 +7 +9 +… +41

(2)1 +2 +… +28 +29 +30 +29 +28 +… +2 +1

练 5 计算(1)125 ×(100 +8)　　(2)125 ×98

练 6 计算(1)123 ×999　　(2)15 ×101 ×11

练 7 不同的字母代表不同的数字,下面的字母各代表什么数字,算式才能成立?

$$\begin{array}{r} A\ B\ C\ D \\ +\ E\ B\ E\ D \\ \hline E\ D\ C\ A\ D \end{array}$$

练 8 ☆表示一种新的数学运算符号,已知 2☆3 =2 +3 +4,7☆2 =7 +8,3☆5 =3 +4 +5 +6 +7,按此规则计算 10☆8。

答案与提示

第 1 讲　带符号搬家

秘籍修炼

练 1　(1) 178 + 148 + 22
= 178 + 22 + 148
= 200 + 148
= 348

(2) 225 − 70 − 25
= 225 − 25 − 70
= 200 − 70
= 130

练 2　(1) 364 − 75 + 36
= 364 + 36 − 75
= 400 − 75
= 325

(2) 413 + 123 − 113
= 413 − 113 + 123
= 300 + 123
= 423

练 3　(1) 450 − 36 + 150
= 450 + 150 − 36
= 600 − 36
= 564

(2) 474 + 75 − 274
= 474 − 274 + 75
= 200 + 75
= 275

练 4　(1) 61 + 175 + 139 + 25
= 61 + 139 + 175 + 25
= 200 + 200
= 400

(2) 92 + 176 + 208 − 76
= 92 + 208 + 176 − 76
= 300 + 100
= 400

练 5　(1) 72 × 10 ÷ 9
= 72 ÷ 9 × 10
= 8 × 10
= 80

(2) 4 ÷ 32 × 8
= 4 × 8 ÷ 32
= 32 ÷ 32
= 1

练 6　(1) 625 × 127 × 16
= 625 × 16 × 127
= 10000 × 127
= 1270000

(2) 999 × 125 ÷ 999 × 16
= (999 ÷ 999) × (125 × 8 × 2)
= 2000

第 2 讲　添去括号

秘籍修炼

练 1　(1) 原式 = 237 + 63 + (219 + 81) + (36 + 64)
= 300 + 300 + 100
= 700

(2) 原式 = 500 − (99 + 1) − (98 + 2) − (97 + 3) − (96 + 4)
= 500 − 100 − 100 − 100 − 100
= 100

练 2　(1) 原式 = 136 − (68 + 32) + (936 − 536)
= 136 − 100 + 400
= 436

(2) 原式 = 1847 − (1936 − 536) − (154 + 46)
= 1847 − 1400 − 200
= 247

练 3　(1) 原式 = 4378 − 1234 − 1766 − 378

$=(4378-378)-(1234+1766)$

$=4000-3000$

$=1000$

(2)原式 $=1256-113-56+493-69-11$

$=(1256-56)+(493-113)-(69+11)$

$=1200+380-80$

$=1500$

练 4 (1)原式 $=25+1+22+1+19+1+16+1+13+1$

$=(25+22+19+16+13)+5$

$=19\times5+5$

$=100$

(2)原式 $=100+102+2+2+2+2$

$=210$

练 5 (1)原式 $=1+3+5+7+\cdots+99-2-4-6-\cdots-98$

$=1+(3-2)+(5-4)+(7-6)+\cdots+(99-98)$

$=1+1\times49$

$=50$

(2)原式 $=(51-50)+(49-48)+\cdots+(3-2)+1$

$=25+1$

$=26$

练 6 (1)原式 $=(100-99-98+97)+(96-95-94+93)+\cdots+(4-3-2+1)$

$=0$

(2)原式 $=(101-100-99+98)+(97-96-95+94)+\cdots+(5-4-3+2)+1$

$=0+1$

$=1$

第3讲 加补和基准数

秘籍修炼

练 1 (1)$9+19+199+1999$

$=(10-1)+(20-1)+(200-1)+(2000-1)$

$=10+20+200+2000-4$

$=2230-4$

$=2226$

(2)$8+88+899+8999$

$=(10-2)+(90-2)+(900-1)+(9000-1)$

$=10+90+900+9000-2-2-1-1$

$=10000-6$

$=9994$

练 2 (1)$1523-599$

$=1523-(600-1)$

$=1523-600+1$

$=923+1$

$=924$

(2)$814-296$

$=814-(300-4)$

$=814-300+4$

$=514+4$

$=518$

练 3 $1804-398-205$

$=1804-(400-2)-(200+5)$

$=1804-400-200+2-5$

$=1204-3$

$=1201$

练 4 $301+305+298+300+297$

$=(300+1)+(300+5)+(300-2)+300+(300-3)$

$=300\times5+1+5-2-3$

$=1500+1$

$=1501$

练 5 $501+503+496+499-493$

$=501+503+496+6$

$=(500+1)+(500+3)+(500-4)+6$

$=500\times3+1+3-4+6$

$=1500+6$

$=1506$

练 6 $203+204+202+205-98-99-97-99$

$=(200+3)+(200+4)+(200+2)+$
$(200+5)-(100-2)-(100-1)-$
$(100-3)-(100-1)$
$=200\times4-100\times4+3+4+2+5+$
$2+1+3+1$
$=400+21$
$=421$

第4讲　乘法分配律

秘籍修炼

练1　(1)$(25+7)\times4=25\times4+7\times4$
$=100+28$
$=128$

(2)$(15+21)\times4=15\times4+21\times4$
$=60+84$
$=144$

(3)$12\times(25+30)=12\times25+12\times30$
$=300+360$
$=660$

(4)$8\times(125+12)=8\times125+8\times12$
$=1000+96$
$=1096$

练2　(1)$(25-7)\times4=25\times4-7\times4$
$=100-28$
$=72$

(2)$(8-2)\times125=8\times125-2\times125$
$=1000-250$
$=750$

(3)$16\times(20-11)=16\times20-16\times11$
$=320-176$
$=144$

(4)$15\times(30-4)=15\times30-15\times4$
$=450-60$
$=390$

练3　(1)$24\times5=(20+4)\times5$
$=20\times5+4\times5$
$=100+20$
$=120$

(2)$12\times201=12\times(200+1)$
$=12\times200+12\times1$
$=2400+12=2412$

(3)$15\times41=15\times(40+1)$
$=15\times40+15\times1$
$=600+15$
$=615$

(4)$23\times19=23\times(20-1)$
$=23\times20-23\times1$
$=460-23$
$=437$

练4　(1)$24\times25=(20+4)\times25$
$=20\times25+4\times25$
$=500+100$
$=600$

(2)$18\times125=(10+8)\times125$
$=10\times125+8\times125$
$=1250+1000$
$=2250$

(3)$78\times125=(80-2)\times125$
$=80\times125-2\times125$
$=10000-250$
$=9750$

(4)$19\times99=19\times(100-1)$
$=19\times100-19\times1$
$=1900-19$
$=1881$

练5　(1)$(120+12)\div12$
$=120\div12+12\div12$
$=10+1$
$=11$

(2)$(100-24)\div4=100\div4-24\div4$
$=25-6$
$=19$

练6　(1)$73\times66+27\times66=(73+27)\times66$
$=100\times66$
$=6600$

(2)$59\times115-15\times59=59\times(115-15)$
$=59\times100$
$=5900$

(3)$46\times31+53\times31+31$
$=(46+53+1)\times31$
$=100\times31=3100$

(4)$32\times27+32\times42+69\times68$

$=32\times(27+42)+69\times68$
$=32\times69+69\times68$
$=69\times(32+68)$
$=69\times100$
$=6900$

第5讲　等差数列

秘籍修炼

练1　(1)$(152-2)\div3+1$
$=150\div3+1$
$=51$
(2)$(87-7)\div4+1$
$=80\div4+1$
$=21$
(3)$300\div3=100$

练2　(1)$(100+110)\times6\div2$
$=210\times(6\div2)$
$=210\times3$
$=630$
(2)$(15+36)\times8\div2$
$=51\times(8\div2)$
$=51\times4$
$=204$

练3　(1)项数:$(139-1)\div2+1$
$=138\div2+1$
$=70$
和:$70\times70=4900$
(2)先补成金字塔数列,然后减去补的数。
$20\times20-(5+4+3+2+1)$
$=400-15$
$=385$

练4　(1)项数:$120\div6=20$
和:$(6+120)\times20\div2$
$=126\times(20\div2)$
$=126\times10$
$=1260$
(2)项数:$(150-17)\div7+1$
$=133\div7+1$
$=20$
和:$(17+150)\times20\div2$
$=167\times(20\div2)$
$=167\times10$
$=1670$
(3)项数:$(91-4)\div3+1$
$=87\div3+1$
$=30$
和:$(4+91)\times30\div2$
$=95\times(30\div2)$
$=95\times15$
$=1425$

练5　(1)项数:$57-3+1=55$
中间项:$(3+57)\div2=30$
和:$30\times55=1650$
(2)项数:$(90-12)\div3+1$
$=78\div3+1$
$=27$
中间项:$(90+12)\div2=51$
和:$51\times27=1377$

练6　中间项:$210\div7=30$,7个自然数为15,20,25,30,35,40,45,所以第1个数是15,第6个数是40。

第6讲　数列与数表

秘籍修炼

练1　【分析】(1)奇数数列,答案为9。
(2)偶数数列,答案为10。
(3)等差数列,相邻两数相差4,答案为27。

练2　【分析】后面的数是它前面数的2倍,第一个数是1,第二个数是$1\times2=2$,第三个数是$1\times2\times2=4$,第四个数是$1\times2\times2\times2=8$,……,以此类推,第10个数是$1\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2=512$。

练3　【分析】观察相邻两数的差组成的数列是1,2,3,4,5,6,…,而且
第一个数是2,
第二个数是$2+1=3$,
第三个数是$2+1+2=5$,
第四个数是$2+1+2+3=8$,

第五个数是 2 + 1 + 2 + 3 + 4 = 12，

……

所以第 10 个数是 2 + 1 + 2 + 3 + 4 + … + 9 = 47。

练 4 【分析】因为 3 × 2 = 6，12 − 2 = 10，

6 × 2 = 12，10 − 2 = 8，

12 × 2 = 24，8 − 2 = 6，

24 × 2 = 48，6 − 2 = 4，

所以，第六个算式的两个数分别是 48 × 2 = 96，4 − 2 = 2，即第六个算式是 96 + 2。

练 5 【分析】等差数列求和公式，和 =（首项 + 末项）× 项数 ÷ 2，原式 =（1 + 31）× 16 ÷ 2 = 256。

练 6 【分析】每列 4 个数，从 5 至 213，共 213 − 5 + 1 = 209 个数，213 是第 209 个数，209 ÷ 4 = 52 …… 1，所以在第 53 列。

第 7 讲　特殊数的乘法

秘籍修炼

练 1 75 × 1000 = 75000　121 × 30 = 3630

320 × 200 = 64000

练 2 乘 5，去半添 0。

220 × 5 = 1100　680 × 5 = 3400

乘 15，加半添 0。

12 × 15 = 180　320 × 15 = 4800

练 3 乘 11，两边一拉，中间相加，满十向前进 1。

35 × 11 = 385　467 × 11 = 5137

将 17 错位相加，所以 17 × 111 = 1887。

练 4 好朋友优先算。

18 ×（4 × 25）

= 18 × 100

= 1800

125 × 15 × 8

= 1000 × 15

= 15000

有特殊数，拆数凑出好朋友。

72 × 125

= 9 ×（8 × 125）

= 9 × 1000

= 9000

25 × 125 × 32

= 25 × 125 × 4 × 8

=（25 × 4）×（125 × 8）

= 100 × 1000

= 100000

练 5 变 1 为整

53 × 31

= 53 ×（30 + 1）

= 53 × 30 + 53 × 1

= 1590 + 53

= 1643

125 × 81

= 125 ×（80 + 1）

= 125 × 80 + 125 × 1

= 10000 + 125

= 10125

练 6 变 9 为整

123 × 9

= 123 ×（10 − 1）

= 123 × 10 − 123 × 1

= 1230 − 123

= 1107

位数相同，去 1 添补；位数不够，去 1 添补，中间隔 9。

45 × 99 = 4455　38 × 999 = 37962

第 8 讲　重叠数的计算

秘籍修炼

练 1 （1）4141 = 41 × 101

（2）2020 = 20 × 101

（3）28 × 101 = 2828

（4）101 × 32 = 3232

练 2 （1）124124 = 124 × 1001

（2）230230 = 230 × 1001

（3）1001 × 931 = 931931

（4）420 × 1001 = 420420

练 3 （1）393939 = 39 × 10101

(2)21212121 = 21 × 1010101

(3)19 × 1010101 = 19191919

(4)101010101 × 22 = 2222222222

练 4 (1)272272272 = 272 × 1001001

(2)112411241124 = 1124 × 100010001

(3)235 × 1001001 = 235235235

(4)521 × 1001001 = 521521521

练 5 (1)2163 = 21 × 103

(2)31 × 201 = 6231

练 6 (1)28282828 × 4242 − 42424242 × 2828
= 28 × 1010101 × 42 × 101 − 42 × 1010101 × 28 × 101
= 0

(2)20082008 × 2014 − 2008 × 20142014
= 2008 × 10001 × 2014 − 2008 × 2014 × 10001
= 0

第 9 讲　位值原理在计算中的应用

秘籍修炼

练 1 【分析】(1)10000　1000　100　10　1

(2)1100　11

练 2 【分析】$\overline{abc}+\overline{bca}+\overline{cab}=111\times(a+b+c)$，所以 147 + 471 + 714 = 111 × (1 + 4 + 7) = 1332。

练 3 【分析】$\overline{abcde}+\overline{bcdea}+\overline{cdeab}+\overline{deabc}+\overline{eabcd}=11111\times(a+b+c+d+e)$，所以 14678 + 46781 + 67814 + 78146 + 81467 = 11111 × (1 + 4 + 6 + 7 + 8) = 288886。

练 4 【分析】$\overline{abc}+\overline{acb}+\overline{bac}+\overline{bca}+\overline{cab}+\overline{cba}=222\times(a+b+c)$，所以 346 + 364 + 436 + 463 + 634 + 643 = 222 × (3 + 4 + 6) = 2886。

练 5 【分析】$\overline{abc}+\overline{acb}+\overline{bac}+\overline{bca}+\overline{cab}+\overline{cba}=222\times(a+b+c)$，所以 618 + 681 + 186 + 168 + 816 + 861 = 222 × (6 + 1 + 8) = 3330。

练 6 【分析】：$\overline{abc}+\overline{acb}+\overline{bac}+\overline{bca}+\overline{cab}+\overline{cba}=222\times(a+b+c)$，所以 222 × (a + b + c) = 3330，a + b + c = 15。

第 10 讲　定义新运算

秘籍修炼

练 1 (1)18※10
= 18 × 5 + 10 × 2
= 110

(2)12※6
= 12 × 3 − 6 ÷ 3
= 34

练 2 (1)5○6
= 5 × 5 − 6 × 2
= 13
(5○2)○3
= (5 × 5 − 2 × 2)○3
= 21○3
= 21 × 21 − 3 × 2
= 435

(2)6◎(8◎9)
= 6◎(12 × 7)
= 6◎84
= 10 × 82
= 820

练 3 (1)(10△8 − 6△5) × (11○13 + 15△20)
= (8 − 5) × (13 + 15)
= 3 × 28
= 84

(2)(8○2) × (4△5) − (5○3 + 12○9)
= 8 × 4 − (5 + 12)
= 32 − 17
= 15

练 4 奇数位自左至右依次为 4,4,9,4,2,1，它们关于 9 的补码自左至右依次为 5,5,0,5,7,8，偶数位不变，所以“学而思”新的编码是 575400507580。

练 5 (1)2001◎5 = 2001 + 2002 + 2003 + 2004 + 2005 = 10015

(2)(4※6) − (3※5) = 456789 − 34567 = 422222

(3)(9◎6) ÷ (8◎4) = (9 × 10 × 11 × 12 × 13 × 14) ÷ (8 × 9 × 10 × 11) = 273

练 6 （猎人 小兔）（山羊 小

狗）=猎人小狗=小狗。

第11讲　数字谜

秘籍修炼

练1　两个一位数相乘个位为2，在给出的数字中，只有3×4=12，剩下数字60÷5=12，所以答案为3×4=12=60÷5。

练2　（1）利用金三角得到：

$$\begin{array}{r} \square\ 7\ \square \\ +\ 9\ 4\ \square\ 3 \\ \hline 1\ 0\ 2\ 3\ 7 \end{array}$$

采用末位分析法：个位4+3=7，十位7+6=13，百位4+7+进位1=12，所以答案如下：

$$\begin{array}{r} 7\ 7\ 4 \\ +\ 9\ 4\ 6\ 3 \\ \hline 1\ 0\ 2\ 3\ 7 \end{array}$$

（2）利用金三角得到：

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 2\ 4 \\ -\ \ 9\ 5\ \square \\ \hline \square\ 8 \end{array}$$

采用末位分析法：个位向十位借1，14−6=8；十位借走1并向百位借1，11−5=6，所以答案如下：

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 2\ 4 \\ -\ \ 9\ 5\ 6 \\ \hline 6\ 8 \end{array}$$

练3　采用末位分析法：对于减法竖式，个位12−5=7，向十位借1，十位2借走1剩1，11−8=3；继续向百位借1，百位9减借位1，再减1等于7。对于加法竖式，个位7+1=8，十位3+8=11，向百位进1，百位7+2+进位1=10，向千位进1，所以答案如下：

$$\begin{array}{r} 9\ 2\ 2 \\ -\ 1\ 8\ 5 \\ \hline 7\ 3\ 7 \\ +\ 2\ 8\ 1 \\ \hline 1\ 0\ 1\ 8 \end{array}$$

练4　（1）采用首位分析法，加数千位计=2或1，如果是2，百位“三+算=0”，不成立，所以计=1，且百位向千位进1。同理十位向百位进1，个位向十位进1或不进位。个位向十位进1，所以“三+算=9，年+秘=9，级+籍=17”，从而得到三+年+级+计+算+秘+籍=9+9+17+1=36；个位向十位不进位，所以“三+算”=9，“年+秘”=10，“级+籍”=7，得到“三+年+级+计+算+秘+籍”=9+10+7+1=27，答案是36或27。

（2）采用首位分析法：首位☆只能是1。采用末位分析法：个位2+2+2+2=8或者7+7+7+7=28。根据和的百位、十位数字都是0得出，加数百位相加向千位进1，十位相加向百位进2，所以□+□+□+进位=20，所以进位只能是2，得到□+□+□=18，□=6。所以△=7，向十位进2，百位○+○=8，○=4，所以答案如下：

$$\begin{array}{r} 7 \\ 6\ 7 \\ 4\ 6\ 7 \\ +\ 1\ 4\ 6\ 7 \\ \hline 2\ 0\ 0\ 8 \end{array}$$

练5　采用首位分析法。千位要为百位借位，所以千位为1，即△=1，得到下面竖式：

$$\begin{array}{r} \triangle_1\ \bigstar\ 6\ \triangle_1 \\ -\ \ \bigcirc\ \bigcirc\ \bigstar \\ \hline \triangle_1\ \bigcirc\ \triangle_1 \end{array}$$

采用末位分析法。个位1−0=1，所以☆=0，百位向千位借1；若十位不向百位借位，为10−9=1，○=9，但十位为6−9=9，矛盾，所以十位向百位借1；千位为10−借位1−8=1，○=8，所以答案如下：

△ ☆ 6 △
− ○ ○ ☆
△ ○ △

练 6 采用首位分析法：第一个竖式，千位学 = 1 或 2，如果学 = 2，百位习 + 的 = 0，不成立，所以学 = 1；结合第二个竖式，个位 1 + 的 = 8，的 = 7；第一个竖式百位习 + 7 = 9，习 = 2；第二个竖式十位 2 + 语 = 8，语 = 6；第一个竖式好 + 6 = 10，好 = 4；第二个竖式百位 4 + 文 = 9，文 = 5，千位玩 = 3，所以“学习好玩的语文”代表的七位数为 1243765。

第 12 讲　综合练习

秘籍修炼

练 1 (1)去括号后分别凑整再相加。

(1350 + 249 + 468) + (251 + 332 + 1650)
= 1350 + 249 + 468 + 251 + 332 + 1650
= (1350 + 1650) + (249 + 251) + (468 + 332)
= 3000 + 500 + 800
= 4300

(2)分别凑整再计算。

399 + 403 + 297 − 501
= (400 − 1) + (400 + 3) + (300 − 3) − (500 + 1)
= 400 − 1 + 400 + 3 + 300 − 3 − 500 − 1
= 598

练 2 有特殊数 125 和 25，分别找到各自的好朋友，再计算。

64 × 125 × 25 × 8
= (125 × 8) × (25 × 4 × 16)
= 1000 × 1600
= 1600000

练 3 (1)等差数列求和，用公式进行计算。

11 + 15 + 19 + 23 + 27 + 31
= (11 + 31) × 6 ÷ 2
= 42 × 3
= 126

(2)等差数列项数为奇数，用中项定理求和。

201 + 204 + 207 + 210 + 213
= 207 × 5
= 1035

练 4 (1)从 1 开始的连续奇数相加，“天下无双，个数平方”，所以先求出项数。

项数：(41 − 1) ÷ 2 + 1 = 21
1 + 3 + 5 + 7 + 9 + … + 41
= 21 × 21
= 441

(2)金字塔数列的和 = 中间数 × 中间数。

1 + 2 + … + 28 + 29 + 30 + 29 + 28 + … + 2 + 1
= 30 × 30
= 900

练 5 (1)利用乘法分配律进行计算。

125 × (100 + 8)
= 125 × 100 + 125 × 8
= 12500 + 1000
= 13500

(2)98 接近 100，可写成 100 − 2，再使用乘法分配律计算。

125 × 98
= 125 × (100 − 2)
= 125 × 100 − 125 × 2
= 12500 − 250
= 12250

练 6 (1)多位 9 的巧算——位数相同，去 1 添补。

123 × 999 = 122877

(2)先用重叠数计算 15 × 101，再用 11 的巧算——两边一拉，中间相加。

15 × 101 × 11
= 1515 × 11
= 16665

练 7 由于四位数加四位数的和为五位数，所以可确定和的首位数字 E = 1。又因为个位上 D + D = D，所以 D = 0。此时算式为

$$\begin{array}{r} A\ B\ C\ 0 \\ +\ \ 1\ B\ 1\ 0 \\ \hline 1\ 0\ C\ A\ 0 \end{array}$$

通过千位可知，A = 8 或 9，若 A = 8，十位上 C + 1 = 8，C = 7，百位上 B + B 的个位不可能是 7；所以 A = 9，C = 8，百位 B + B = 8，B = 4。

竖式：

$$\begin{array}{r} 9\ 4\ 8\ 0 \\ +\ \ 1\ 4\ 1\ 0 \\ \hline 1\ 0\ 8\ 9\ 0 \end{array}$$

练 8 根据已知“2☆3 = 2 + 3 + 4，7☆2 = 7 + 8，3☆5 = 3 + 4 + 5 + 6 + 7”可知☆前的数为起始数，☆后的数表示所有数的个数。

$$\begin{aligned} &10☆8 \\ &= 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 \\ &= (10 + 17) \times 8 \div 2 \\ &= 27 \times (8 \div 2) \\ &= 27 \times 4 \\ &= 108 \end{aligned}$$